

# AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE MODELOS DE TURBULÊNCIA EM HIDROCICLONES UTILIZANDO O OPENFOAM

Rodrigo Petrone dos Anjos

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Tecnologia de Processos Químicos e Bioquímicos, TPQB, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Tecnologia de Processos Químicos e Bioquímicos.

Orientadores: Tânia Suaiden Klein Ricardo de Andrade Medronho

Rio de Janeiro Fevereiro de 2016

# AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE MODELOS DE TURBULÊNCIA EM HIDROCICLONES UTILIZANDO O OPENFOAM

#### Rodrigo Petrone dos Anjos

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA PÓSGRADUAÇÃO EM TECNOLOGIA DE PROCESSOS QUIMÍCOS E BIOQUÍCOS DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM TECNOLOGIA DE PROCESSOS QUÍMICOS E BIOQUÍMICOS.

Orientada por:	
	Prof. Tânia Suaiden Klein, D.Sc.
	Prof. Ricardo de Andrade Medronho, D.Sc.
Examinada por:	
Exammada por.	
	Prof. Átila Pantaleão Silva Freire, Ph.D.
	Prof. Fábio Pereira dos Santos, D.Sc.
	Prof. Luiz Fernando Lopes Rodrigues Silva, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL FEVEREIRO DE 2016 Petrone dos Anjos, Rodrigo

Avaliação do Desempenho de Modelos de Turbulência em Hidrociclones Utilizando o OpenFOAM/Rodrigo Petrone dos Anjos. – Rio de Janeiro: UFRJ/Escola de Química, 2016.

XV, 98 p.: il.; 29,7cm.

Orientadores: Tânia Suaiden Klein

Ricardo de Andrade Medronho

Dissertação (mestrado) — UFRJ/Escola de Química/Programa de Tecnologia de Processos Químicos e Bioquímicos, 2016.

Referências Bibliográficas: p. 92 – 98.

1. Hidrociclone. 2. Turbulência. 3. CFD. 4. OpenFOAM. I. Suaiden Klein, Tânia et al. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola de Química, Programa de Tecnologia de Processos Químicos e Bioquímicos. III. Título.

## Agradecimentos

Agradeço aos meus pais pelo apoio finaceiro durante esse período.

Agradeço aos orientadores, Ricardo de Andrade Medronho e Tânia Suaiden Klein, por partilharem uma parte de seu conhecimento comigo e me propiciar a oportunidade de pleitear o título de mestre.

Agradeço à empresa Wikki Brasil, especialmente ao Antonio de Oliveira Samel Morais e Jovani Favero, pelo auxílio para encontrar os settings adequados para a obtenção da convergência na simulações de hidrociclone no OpenFOAM.

Agradeço ao Yuri Paixão de Almeida por me fornecer dois códigos por ele implementados no OpenFOAM.

Agradeço a Capes pela bolsa que ganhei durante o período de dois anos.

Resumo da Dissertação apresentada à TPQB/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

# AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE MODELOS DE TURBULÊNCIA EM HIDROCICLONES UTILIZANDO O OPENFOAM

#### Rodrigo Petrone dos Anjos

#### Fevereiro/2016

Orientadores: Tânia Suaiden Klein

Ricardo de Andrade Medronho

Programa: Tecnologia de Processos Químicos e Bioquímicos

Hidrociclones são equipamentos empregados convencionalmente em separações sólido/líquido, porém sua aplicação vem crescendo, e também passou a ser empregado em separações líquido/líquido bem como de células animais de seu meio de cultivo. Com essa diversidade de aplicações, é imperativo dispor de um método relativamente barato e rápido para seu projeto. Nesse contexto, a fluidodinâmica computacional (CFD) surge como opção não só de projeto, mas também de entendimento do escoamento interno do equipamento. Contudo, o complexo escoamento no interior do hidrociclone, fruto dos movimentos espiralados descendente e ascendente dentro do mesmo, acarreta em uma turbulência de difícil predição. Devido a essa complexidade, os modelos de turbulência a seis equações são os recomendados para simulações CFD de hidrociclones. Todavia, eles demandam alto tempo computacional e são pouco robustos. Sendo assim, o presente trabalho propõe a avaliação de diversos modelos de turbulência, k- $\varepsilon$  padrão, k- $\varepsilon$  com correção de curvatura, k- $\varepsilon$  com  $C_{\mu}$  variável, RNG k- $\varepsilon$ , realizable k- $\varepsilon$ , k- $\varepsilon$  com viscosidade turbulenta não linear (segunda e terceira ordem), NT1 (múltiplas escalas de tempo), Launder e Gibson, LRR, SST, SST com correção de curvatura e k- $\omega$ - $\nu^2$ , em simulações CFD desse equipamento a fim de verificar se há algum modelo que utilize abordagem diferente de seis equações, capaz de representara física do equipamento adequadamente. A avaliação foi feita comparando-se dados experimentais de velocidade tangencial, componente do vetor velocidade associado ao campo centrífugo, o qual é o principal responsável pela separação em hidrociclones, e velocidade axial com os dados simulados no software de código aberto OpenFOAM 2.2.2. Esses resultados também foram contrastados com dados simulados no sofware comercial Fluent 12.1 com um modelo de tensor de Reynolds. A avaliação dos resultados mostrou que o perfil de velocidade tangencial obtido por todos os modelos de duas equações  $k-\varepsilon$  e alto número de Revnolds, com viscosidade turbulenta linear ou não linear, e múltiplas escalas não reproduziram qualitativamente o perfil experimental. Conforme esperado, os modelos de tensores de Reynolds exibiram comportamento qualitativo para a variável supracitada semelhante ao experimental, porém com erro absoluto de até 2  $m.s^{-1}$ , e quantitativo próximo ao simulado com o Fluent. Também alguns modelos de baixo número de Reynolds apresentaram o comportamento qualitativo semelhante ao experimental, porém com erro absoluto superior a  $10 m.s^{-1}$  em alguns pontos. Estes também demandam alto esforço computacional. No que concerne à velocidade axial, somente os modelos de seis equações foram capazes de reproduzir qualitativamente o perfil experimental obtido na ausência de air core. Com o apresentado, notou-se que a região de parede desempenha papel importante na descrição da física no interior dos hidrociclones, especialmente para a velocidade tangencial, e que os modelos testados ainda apresentaram altos erros relativos na região central do equipamento, próximo à fronteira entre movimento espiralado ascendente e descendente, o que pode estar relacionado a deficiências dos modelos. Por fim, tentou-se relacionar as variáveis turbulentas aos perfis de velocidade tangencial e axial, mas não se obteve êxito, em virtude da ausência dos perfis experimentais.

Abstract of Dissertation presented to TPQB/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

# ASSESSMENT OF THE PERFORMANCE OF TURBULENCE MODELS IN HYDROCYCLONES USING OPENFOAM

Rodrigo Petrone dos Anjos

February/2016

Advisors: Tânia Suaiden Klein

Ricardo de Andrade Medronho

Department: Chemical Engineering

Hydrocyclones are conventionally applied to solid/liquid separation, but its application is increasing, being applied in liquid/liquid separations as well as cells from their culture medium. Due to this application variety, it is necessary to have a relatively cheap and quick method for its design. In this context, the computational fluid dynamics (CFD) arises as an option not only to design, but also to understand the internal flow of the liquid. Nevertheless, the complex internal flow of hydrocyclones, owing to downward and upward vortexes, creates some turbulence effects which are difficult to predict. This complexity makes only six equation turbulence models (Reynolds stress equation model) recommended for hydrocyclones CFD simulations, although they demand high computational time and are not so robust. Thus, the present work evaluates the performance of some turbulence models, standard k- $\varepsilon$ , k- $\varepsilon$  with a curvature correction term, k- $\varepsilon$  with variable  $C_{\mu}$ , RNG  $k-\varepsilon$ , realizable  $k-\varepsilon$ , nonlinear turbulent viscosity  $k-\varepsilon$  (second and third order), NT1 (multiple time scale), Launder and Gibson, LRR, SST, SST with a curvature correction term and  $k-\omega-\nu^2$ , in hydrocyclones CFD simulations in order to access if there is some model which does not use Reynolds tensor approach able to capture turbulence effects properly in hydrocyclones. Tangential velocity, component proportional to the centrifugal force, which it is the most important force to separate phases in hydrocyclones, and axial velocity experimental profiles are compared to open source CFD OpenFOAM 2.2.2 simulated profiles. OpenFOAM data are compared to CFD commercial software Fluent 12.1 data from a Reynolds stress turbulence model. The results show that models which employ two equation k- $\varepsilon$  and high Reynolds number approach, calculating the turbulent viscosity in linear or nonlinear way, and multiple time scale turbulence models does not reproduce the tangential velocity profile qualitatively. As expected, Reynolds stress turbulence models exhibit tangential velocity profile similar to experimental profile qualitatively, but with absolute error by up to  $2 m.s^{-1}$ . OpenFOAM and Fluent tangential velocity profiles have a good agreement. Furthermore, some low Reynolds number turbulence models exhibit tangential velocity profile similar to experimental profile qualitatively, but with absolute error higher than  $10 m.s^{-1}$  at some regions. Those models demands high computational effort too. Regarding axial velocity, its profile is just captured qualitatively by six equation turbulence models for experimental data obtained without air core formation in the hydrocyclone. Therefore, it is observed that near wall region is important to reproduce turbulence effects in hydrocyclones, especially those related to tangential velocity. However, studied models are not able to predict properly turbulent effects in the equipment central region, near the boundary between upward and downward vortex. This can be related to models shortcomings. It was tried to link turbulent variables to velocity profiles, but it was not achieved due to lack of experimental data.

# Sumário

Li	sta d	le Figu	ıras	xi	
Li	Lista de Tabelas			xv	
1	Intr	Introdução			
	1.1	Objet	ivo	3	
	1.2	Organ	nizaçção	3	
2	Flu	idodin	âmica computacional	5	
	2.1	Equaç	ções de conservação	5	
		2.1.1	Conservação de massa	6	
		2.1.2	Conservação de quantidade de movimento	6	
	2.2	Métoc	do dos volumes finitos	7	
		2.2.1	Malha	7	
		2.2.2	Discretização	9	
	2.3	Acopl	amento pressão velocidade	14	
	2.4	Soluçã	ão das equações algébricas	14	
	2.5	Openl	FOAM	15	
3	Tur	bulênc	cia	16	
	3.1	Carac	terização	16	
	3.2	Model	lagem	17	
		3.2.1	Hipótese de Boussinesq	19	
		3.2.2	Modelo a zero equações	20	
		3.2.3	Modelos a uma equação	21	
		3.2.4	Modelos a duas equações	23	
		3.2.5	Modelos a duas equações e viscosidade turbulenta não linear .	27	
		3.2.6	Modelos de múltiplas escalas de tempo	30	
		3.2.7	Modelos a seis equações ou de Tensores de Reynolds	34	
		3.2.8	Função de parede	38	
		3.2.9	Modelos a baixo número de Reynolds	39	
	3.3	Simul	ações de hidrociclones empregando fluidodinâmica computacional	l 46	

4	Ma	teriais	e Métodos	48
	4.1	Mater	iais	48
	4.2	Métod	los	48
		4.2.1	Geometria	48
		4.2.2	Malhas	49
	4.3	Config	guração das simulações e metodologia de análise de resultados .	51
		4.3.1	Validação dos modelos implementados	51
		4.3.2	Simulação dos hidrociclones	53
5	Res	sultado	os e Discussão de Resultados	56
	5.1	Valida	ação dos modelos implementados	56
	5.2	Resul	tados das simulações dos hidrociclones	60
		5.2.1	Modelos k- $\varepsilon$ padrão, RNG k- $\varepsilon$ e realizable k- $\varepsilon$	60
		5.2.2	Modelos de viscosidade turbulenta não linear	63
		5.2.3	Modelos implementados	64
		5.2.4	Modelos de tensores de Reynolds	67
		5.2.5	Modelos a baixo número de Reynolds	73
		5.2.6	Avaliação de variáveis turbulentas	78
6	Conclusão		89	
	6.1	Consi	derações finais	89
	6.2	Suges	tões para trabalhos futuros	90
$\mathbf{R}_{0}$	eferê	ncias l	Bibliográficas	92

# Lista de Figuras

1.1	Esquema de um hidrociclone e seu padrão de fluxo interno. (PINTO et al. [4])	. 2
2.1	Representação de uma malha bidimensional. (Adaptado de FLET-CHER [19])	. 8
2.2	Representação de uma malha estruturada. (Adaptado de BLAZEK [20])	. 8
2.3	Representação de uma malha não estruturada. (Adaptado de BLA-ZEK [20])	. 9
3.1	Espectro de energia cinética turbulenta. (Adaptado de KLEIN [30]) .	31
4.1	Desenho esquemático do hidrociclone empregado no trabalho. (Adaptado de BRAGA [11])	
5.1	Validação da implementação do modelo NT1 no OpenFOAM comparando com dados de DNS e do trabalho de KLEIN [30] (NT1_Klein) para escoamento completamente desenvolvido em um canal 2D: a) $u^+$ versus $ln(y^+)$ ; b) $\overline{uv}^+$ versus $Y/H$ ; c) $k^+$ versus $Y/H$ ; d) $\varepsilon^+$ versus $Y/H$	. 57
5.2	Validação da implementação do modelo NT2 no OpenFOAM comparando com dados de DNS e do trabalho de KLEIN [30] (NT2_Klein) para escoamento completamente desenvolvido em um canal 2D: a) $u^+$ versus $ln(y^+)$ ; b) $\overline{uv}^+$ versus $Y/H$ ; c) $k^+$ versus $Y/H$ ; d) $\varepsilon^+$ versus $Y/H$	. 58
5.3	Validação da implementação do modelo $k-\varepsilon$ com correção de curvatura (kepsilonCC) no OpenFOAM comparando com dados de DNS em um canal 2D: a) $u^+$ versus $ln(y^+)$ ; b) $\overline{uv}^+$ versus $Y/H$ ; c) $k^+$	
	versus $Y/H$ ; d) $\varepsilon^+$ versus $Y/H$	. 59

5.4	Validação da implementação do modelo $k - \varepsilon$ com $C_{\mu}$ variável (kepsilonmod) no OpenFOAM comparando com dados de DNS em um canal 2D: a) $u^+$ versus $ln(y^+)$ ; b) $\overline{uv}^+$ versus $Y/H$ ; c) $k^+$ versus	
	$Y/H$ ; d) $\varepsilon^+$ versus $Y/H$	60
5.5	Comparação dos dados experimentais [11] com os simulados no Open-	
	FOAM 2.2.2 com os modelos k- $\varepsilon$ padrão, RNG k- $\varepsilon$ e realizable k- $\varepsilon$ nas	
	seguintes posições a partir do topo da seção ciíndrica: a) 14,8 cm; b)	
	31,0 cm; c) 47,2 cm	61
5.6	Comparação dos dados experimentais [11] com os simulados no Open-	
	FOAM 2.2.2 com os modelos k- $\varepsilon$ padrão, NonLinearKEShih e Lien-	
	CubicKE nas seguintes posições a partir do topo da seção ciíndrica:	
	a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm	63
5.7	Comparação dos dados experimentais [11] com os simulados no Open-	
	FOAM 2.2.2 com os modelos k- $\varepsilon$ padrão, k- $\varepsilon$ com correção de curva-	
	tura (k- $\varepsilon$ CC), k- $\varepsilon$ com $C_{\mu}$ modificado de KLEIN [30] (k- $\varepsilon$ modificado)	
	e NT1 nas seguintes posições a partir do topo da seção ciíndrica: a)	
	14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm	65
5.8	Comparação dos dados experimentais [11] com os simulados no Open-	
	FOAM 2.2.2 com os modelos k- $\varepsilon$ padrão, Launder Gibson RSTM e	
	LRR para velocidade tangencial nas seguintes posições a partir do	
	topo da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm. $$	67
5.9	Comparação dos dados experimentais [11] com os simulados no Open-	
	FOAM 2.2.2 com os modelos LaunderGibsonRSTM e LRR, e no Flu-	
	ent com modelo Launder e Gibson (LaunderGibsonFluent) nas si-	
	mulações conduzidas por BRAGA [11] para velocidade tangencial nas	
	seguintes posições a partir do topo da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b)	
	31,0 cm; c) 47,2 cm	68
5.10	Erro absoluto dos modelos para baixo número de Reynolds (Bai-	
	xoReynolds), Launder e Gibson (LaunderGibsonRSTM) e LRR em	
	relação aos dados experimentais [11] para os perfis de velocidade	
	tangencial obtidos nas seguintes posições a partir do topo da seção	
	cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm	70
5.11	Erro relativo dos modelos para baixo número de Reynolds (BaixoRey-	
	nolds), Launder e Gibson (LaunderGibsonRSTM) e LRR em relação	
	aos dados experimentais [11] para os perfis de velocidade tangencial	
	obtidos nas seguintes posições a partir do topo da seção cilíndrica: a)	
	14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm	71

5.12	Comparação dos dados experimentais [11] com os simulados no Open-	
	FOAM 2.2.2 com os modelos LaunderGibsonRSTM e LRR, e no Flu-	
	ent com modelo Launder e Gibson (LaunderGibsonFluent) nas si-	
	mulações conduzidas por BRAGA [11] para velocidade axial nas se-	
	guintes posições a partir do topo da seção cilíndrica: a) 31,0 cm; b)	
	47,2 cm	72
5.13	Comparação dos dados experimentais [11] com os simulados no Open-	
	FOAM 2.2.2 com os modelos SST, SST com correção de curvatura	
	(SSTCC) e $k - \omega - \nu^2$ (komeganu2) nas seguintes posições a partir	
	do topo da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm	74
5.14	Erro absoluto dos modelos para baixo número de Reynolds (Baixo-	
	Reynolds), Launder e Gibson (LaunderGibsonRSTM) e LRR simu-	
	lados no OpenFOAM 2.2.2 em relação aos dados experimentais [11]	
	para os perfis de velocidade tangencial obtidos nas seguintes posições	
	a partir do topo da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm.	76
5.15	Erro relativo dos modelos para baixo número de Reynolds (BaixoRey-	
	nolds), Launder e Gibson (LaunderGibsonRSTM) e LRR simulados	
	no OpenFOAM 2.2.2 em relação aos dados experimentais [11] para os	
	perfis de velocidade tangencial obtidos nas seguintes posições a partir	
	do topo da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm	77
5.16	Comparação dos dados experimentais [11] com os simulados no Open-	
	FOAM 2.2.2 com os modelos SST, SST com correção de curvatura	
	(SSTCC) e $k-\omega-\nu^2$ (komeganu2) para velocidade axial nas seguin-	
	tes posições a partir do topo da seção cilíndrica: a) 31,0 cm; b) 47,2	
	cm	78
5.17	Comparação dos dados simulados no OpenFOAM 2.2.2 com os mo-	
	delos k- $\varepsilon$ padrão, LienCubicKE, NT1, Launder e Gibson (Launder-	
	GibsonRSTM) e SST para energia cinética turbulenta nas seguintes	
	posições a partir do topo da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm;	
	c) 47,2 cm	80
5.18	Comparação dos dados simulados no OpenFOAM 2.2.2 com os mo-	
	delos k- $\varepsilon$ padrão, LienCubicKE, NT1, Launder e Gibson (Launder-	
	GibsonRSTM) e SST para a dissipação de energia cinética turbulenta	
	nas seguintes posições a partir do topo da seção cilíndrica: a) 14,8	
	cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm	81
5.19	Comparação dos dados simulados no OpenFOAM 2.2.2 com os mo-	
	delos k- $\varepsilon$ padrão, LienCubicKE, NT1, Launder e Gibson (Launder-	
	GibsonRSTM) e SST para $\overline{u^2}$ nas seguintes posições a partir do topo	
	da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm	82

5.20	Comparação dos dados simulados no OpenFOAM 2.2.2 com os mo-	
	delos k- $\varepsilon$ padrão, LienCubicKE, NT1, Launder e Gibson (Launder-	
	Gibson RSTM) e SST para $\overline{v^2}$ nas seguintes posições a partir do topo	
	da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm. $\ \ldots \ \ldots \ \ldots$	83
5.21	Comparação dos dados simulados no OpenFOAM 2.2.2 com os mo-	
	delos k- $\varepsilon$ padrão, LienCubicKE, NT1, Launder e Gibson (Launder-	
	GibsonRSTM) e SST para $\overline{w^2}$ nas seguintes posições a partir do topo	
	da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm. $\ \ldots \ \ldots \ \ldots$	84
5.22	Comparação dos dados simulados no OpenFOAM 2.2.2 com os mo-	
	delos k- $\varepsilon$ padrão, LienCubicKE, NT1, Launder e Gibson (Launder-	
	Gibson RSTM) e SST para $\overline{uv}$ nas seguintes posições a partir do topo	
	da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm. $$	85
5.23	Comparação dos dados simulados no OpenFOAM 2.2.2 com os mo-	
	delos k- $\varepsilon$ padrão, LienCubicKE, NT1, Launder e Gibson (Launder-	
	Gibson RSTM) e SST para $\overline{uw}$ nas seguintes posições a partir do topo	
	da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm. $$	86
5.24	Comparação dos dados simulados no OpenFOAM 2.2.2 com os mo-	
	delos k- $\varepsilon$ padrão, LienCubicKE, NT1, Launder e Gibson (Launder-	
	Gibson RSTM) e SST para $\overline{vw}$ nas seguintes posições a partir do topo	
	da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm	87

# Lista de Tabelas

3.1	Valores usualmente empregados no modelo $k - \varepsilon$ padrão	24
3.2	Valores das constantes do modelo RNG $k-\varepsilon$ implementados no Open-	
	FOAM	25
3.3	Relações necessárias para emprego do modelo $\mathit{realizable}\ k - \varepsilon$	26
3.4	Valores das constantes para cálculo de $C_{\mu}$ e outras constantes apre-	
	sentados por KLEIN [30]	27
3.5	Outras relações necessárias para aplicação do modelo de viscosidade	
	turbulenta não linear mostrado por ZHU e SHIH [40] $\ \ldots \ \ldots \ \ldots$	29
3.6	Relações e constantes do modelo de viscosidade turbulenta não linear	
	cúbica mostradas por MORADNIA [36]	29
3.7	Relações e constantes do modelo NT1 mostradas por KLEIN $[30]$	33
3.8	Relações e constantes do modelo NT2 mostradas por KLEIN $[30]$	33
3.9	Constantes que faltam para determinar modelos LRR e Gibson e	
	Launder	37
3.10	Constantes que caracterizam o modelo SSG	38
3.11	Constantes que caracterizam o modelo SST	41
3.12	Constantes que caracterizam o modelo $k-\omega$ SST com correção de	
	curvatura	43
3.13	Constantes que caracterizam o modelo $k - \omega - \nu^2$	44
4.1	Caracterização do hidrociclone estudado	49
4.2	Malhas empregadas no estudo e seus respectivos número de nós apro-	
	ximado	50

## Capítulo 1

## Introdução

Hidrociclones são equipamentos empregados para separação sólido-líquido, principalmente, mas também para separações sólido-sólido, líquido-líquido e gás-líquido. Um exemplo convencional de utilização de hidrociclones é na indústria de processamento de minérios [1]. Na indústria de petróleo, ele é utilizado na separação de gotas de óleo dispersas em água e água dispersa em óleo [2, 3]. Uma aplicação não convencional é na separação de células animais do meio de cultivo na produção de biofármacos [4]. Esses equipamentos têm sua separação baseada em campo centrífugo formado em seu interior.

Na sua forma clássica, apresentada na Figura 1.1, tais equipamentos consistem basicamente em uma parte cônica soldada a uma parte cilíndrica, na qual está posicionada a entrada tangencial. Eles também apresentam duas saídas: uma inferior, concentrada na fase mais densa, o underflow e outra superior, concentrada na fase menos densa, o overflow. Também há o vortex finder, localizado abaixo do overflow, com diâmetro menor que este, o qual tem a função de controlar a separação no início do escoamento e prevenir o curto-circuito, a ida do material diretamente para a saída superior. O desenho do hidrociclone depende da aplicação [5].

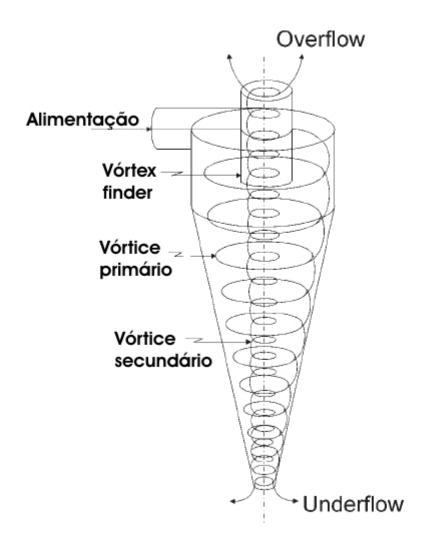


Figura 1.1: Esquema de um hidrociclone e seu padrão de fluxo interno. (PINTO et al. [4])

A partir da Figura 1.1, é possível visualizar a trajetória do líquido dentro do equipamento. Ao entrar no hidrociclone, ele descreve uma trajetória descendente rotacional e tenta sair pela saída inferior, porém como ela é relativamente pequena, o líquido não consegue escapar por este caminho, descrevendo um vórtice ascendente interno e deixando o equipamento pela saída superior [5].

É importante salientar que o campo centrífugo, responsável pela separação dentro dos dispositivo, está diretamente relacionado à sua velocidade tangencial e, consequentementente, à eficiência de separação. Contudo, a eficiência de separação também é influenciada pelo tempo de residência dentro do equipamento [6].

Em função da diversidade de aplicações dos hidrociclones, é fundamental disporse de uma maneira confiável, relativamente rápida e de baixo custo para projetá-lo e compreender seu escoamento interno. Nesse contexto, com o advento da flui-

dodinâmica computacional (CFD), metodologia que faz a resolução numérica de equações de conservação para massa, quantidade de movimento, energia, etc. dentro de um volume de controle, ela passou a ser uma ferramenta importante no entendimento do escoamento dentro dos hidrociclones e em seu projeto.

Todavia, em virtude do escoamento interno dentro do equipamento ser bastante complexo, surge a dificudade associada à modelagem do fenônemo da turbulência, e, consequentemente, da correta predição dos perfis de velocidade tangencial, importantes para a precisa previsão da eficiência de separação.

Devido à essa dificuldade, inúmeros autores, SLACK et al. [7], DELGADILLO e RAJAMANI [8], NOROOZI e HASHEMABADI [9] e BHASKAR et al. [10], dentre outros, avaliaram o desempenho de diversos modelos de turbulência em ciclones e hidrociclones. Entretanto, eles estudaram um número limitado de modelos.

## 1.1 Objetivo

O presente trabalho tem como objetivo estudar a performance de uma vasta classe de modelos de turbulência para previsão de escoamentos em hidrociclones, buscando identificar dentre eles o que fornece, principalmente, perfis de velocidade tangencial e também axial, coerentes com dados experimentais disponíveis na literatura. Também tenta-se correlacionar as variáveis turbulentas a essas velocidades. Para isso, conduziram-se simulações monofásicas no software de CFD de código aberto OpenFOAM, no qual implementou-se alguns dos modelos testados, e seus resultados foram comparados com os experimentos de BRAGA [11].

## 1.2 Organizaçção

Neste capítulo, apresentou-se a contextualização para o presente trabalho e seu objetivo.

No Capítulo 2, faz-se uma breve apresentação da fluidodinâmica computacional e alguns dos métodos numéricos empregados na mesma.

Na sequência, no Capítulo 3, discute-se um pouco sobre as características e teoria do fenônemo da turbulência. Também são mostrados de forma completa os modelos de turbulência testados no trabalho.

O Capítulo 4 mostra materiais e metódos empregados. São exibidas as geomerias, malhas e modelos físicos e numéricos selecionados para condução das simulações.

Em seguida, no Capítulo 5, são apresentados e discutidos os resultados. Tal exibição é dividida na validação dos modelos de turbulência implementados no Open-FOAM e na comparação dos resultados obtidos com as simulações com CFD e os

dados experimentais de BRAGA [11]. Também é feita uma breve análise da variáveis turbulentas, porém sem dados experimentais.

Por fim, no Capítulo 6, é feita a conclusão, tanto com as considerações finais como com sugestões para trabalhos futuros.

## Capítulo 2

## Fluidodinâmica computacional

A fluidodinâmica computacional, também conhecida como CFD, é uma ferramenta computacional que tem ganho bastante importância na engenharia, pois ela é aplicada no estudo de escoamento de fluidos, transferência de calor e massa, reações químicas, dentre outros processos físicos relevantes. Para tanto, ela faz uso de métodos numéricos, matemáticos e computacionais e necessita de condiçoes de contorno e iniciais conhecidas.

A fim de exemplificar o vasto uso de CFD na engenharia, pode-se citar alguns trabalhos em diferentes áreas: LEONI [12] estudou o escoamento dentro de trocadores de calor casco e tubo na presença de folgas diametrais; MARQUES [13] avaliou a produção de óleo em poços de petróleo horizontais; BRAGA [11] utilizou como auxílio para o projeto de um hidrociclone empregado na separação água-óleo.

Para a obtenção dos resultados através da fluidodinâmica computacional, faz-se necessária a resolução das equações de conservação que governam a dinâmica dos fluidos para o caso estudado. Tais equações e a forma como são resolvidas em CFD são apresentadas adiante.

## 2.1 Equações de conservação

As equações de conservação empregadas na fluidodinâmica computacional são aquelas deduzidas para determinação de certas grandezas físicas: massa, momento linear, energia, momento angular, espécie química, entre outros, variam em um dado volume de controle fixo, considerando-se os fluidos contínuos. Em CFD, elas são utilizadas em sua forma diferencial, à qual fornece informação sobre como as grandezas variam no interior do volume de controle. A forma integral está associada a informações nos contornos do volume de controle estudado.

No texto, são descritas somente as equações resolvidas nesse trabalho: conservação de massa e conservação de quantidade de movimento. A dedução delas pode ser encontrada em HAUKE [14] a partir dos teoremas de transporte de Reynolds. BIRD et al. [15] obtém as mesmas equações a partir de balanços dessas grandezas aplicados em volumes de controle infinitesimais.

#### 2.1.1 Conservação de massa

O princípio da equação de consevação de massa ou continuidade baseia-se na ideia de que não é possível criar ou desaparecer com massa de um sistema. Este conceito é expandido para volumes de controle e é obtida a Equação 2.1.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \hat{\mathbf{U}}) = 0 \tag{2.1}$$

Em que:

 $\rho$  é a massa específica;

t é o tempo;

 $\hat{\mathbf{U}}$  é o vetor velocidade.

#### 2.1.2 Conservação de quantidade de movimento

A equação para a conservação da quantidade de movimento surge a partir da segunda lei de Newton da mecânica cuja aplicação é feita para sistemas. Contudo, também é possível expandir tal conceito para volumes de controle e obter a Equação 2.2.

$$\frac{\partial \rho \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \hat{\mathbf{U}} \hat{\mathbf{U}}) = -\nabla \hat{P} + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}' + \rho \mathbf{f_m}$$
 (2.2)

Em que:

 $\hat{P}$  representa a pressão estática;

au' representa o tensor tensão viscosa;

 $\mathbf{f_m}$  representa as forças de campo atuando sobre o volume de controle.

É importante ressaltar que a caracterização do tensor tensão viscosa ocorre por meio de equações constitutivas. Um exemplo é a equação de Navier-Poisson, generalização da lei de fricção de Newton, mostrada pela Equação 2.3.

$$\boldsymbol{\tau}' = \mu \left( \nabla \hat{\mathbf{U}} + (\nabla \hat{\mathbf{U}})^T \right) + \left( \frac{2}{3} \mu - \kappa \right) (\nabla \cdot \hat{\mathbf{U}}) \boldsymbol{\delta}$$
 (2.3)

Sendo:

 $\mu$  a viscosidade dinâmica do fluido;

 $\kappa$  a viscosidade dilatacional do fluido;

 $\boldsymbol{\delta}$  o delta de Kronecker.

A Equação 2.3. pode ser simplificada para escoamentos incompressíveis,  $\nabla \cdot \hat{\mathbf{U}} = 0$ , e substituída na Equação 2.2 para a obtenção das equações de Navier-Stokes, que são apresentadas em HAUKE [14].

#### 2.2 Método dos volumes finitos

Como as equações apresentadas na seção anterior não tem solução analítica para casos tridimensionais, responsáveis pela maior parte das aplicações práticas, é necessário o desenvolvimento de métodos numéricos para a resolução das mesmas. Sendo assim, a metodologia de volumes finitos é uma das mais usadas para a obtenção da solução numérica das equações supracitadas.

Muitos livros apresentam o método de volumes finitos detalhadamente: PATAN-KAR [16]; VERSTEEG e MALALASEKERA [17]; FERZIGER e PÉRIC [18].

VERSTEEG e MALALASEKERA [17] listam os passos necessários para aplicação do método: geração da malha, discretização e solução das equações algébricas obtidas. Eles são melhor discutidos adiante.

#### 2.2.1 Malha

Essa é a primeira etapa de aplicação dos volumes finitos. Nela, o domínio é subdividido em volumes de controle discretos, conforme representado pela Figura 2.1 para um caso bidimensional.

BLAZEK [20] mencionou os requisitos que a malha deve seguir para manutenção das propriedades de conservação das equações descritas anteriormente: o domínio físico deve ser completamente preenchido com os elementos da malha; não deve haver espaço vazio entre os elementos; os elementos não devem se cruzar.

O mesmo autor, BLAZEK [20], descreveu com detalhes os dois tipos de malhas existentes: estruturadas e não estruturadas.

As malhas estruturadas são caracterizadas pela presença do mesmo número de vizinhos para cada volume interno, o que permite o acesso mais fácil e rápido a esses

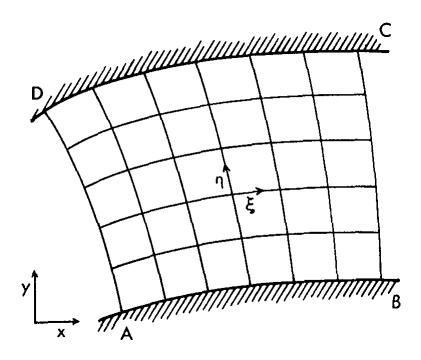


Figura 2.1: Representação de uma malha bidimensional. (Adaptado de FLETCHER [19])

nós vizinhos, pois os indíces associados a esses vizinhos são iguais aos do elemento atual acrescido ou descrescido de um valor inteiro [20]. Isso é exemplificado pela Figura 2.2. Sendo assim, solvers mais rápidos e eficientes podem ser obtidos [21]. Esse tipo de malha também é tipificada pela presença de quadriláteros em geometrias 2D e hexaedros nas geometrias 3D. A sua grande desvantagem é a difícil aplicação em geometrias complexas.

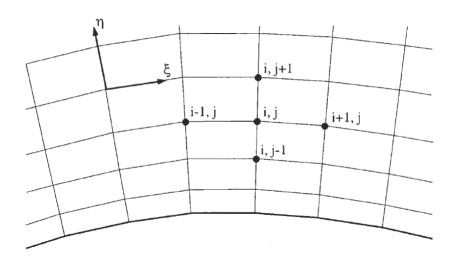


Figura 2.2: Representação de uma malha estruturada. (Adaptado de BLAZEK [20])

Por outro lado, as malhas não estruturadas se caracterizam pela falta de ordenação nos indíces para cada volume interno. A Figura 2.3 a exemplifica. Contudo,

esse tipo de malha se adapta melhor a geometrias complexas. Além disso, possui a vantagem de ser gerada automaticamente com mais facilidade e em muito menos tempo [20]. Uma das desvatagens das malhas não estruturadas é a necessidade de criação de estruturas para salvar resultados com endereçamento indireto, o que, dependendo do hardware, pode levar a maior ou menor eficiência computacional [20]. Mesmo com essas dificuldades inerentes, a maior parte dos pacotes comerciais de CFD prefere malhas não estruturadas, pois leva-se muito menos tempo para confeccioná-las quando comparadas às estruturadas, não compensando o tempo de armazenamento de dados que seria ganho com a estutura de armazenamento de dados direto das malhas estruturadas ou pelo simples fato de não ser prática a confecção desse tipo de malha. Por fim, pode-se dizer que normalmente as malhas não estruturadas consistem em triângulos em geometrias 2D ou tetraedos em 3D, porém podem ser hexaedros ou prismas em 3D.

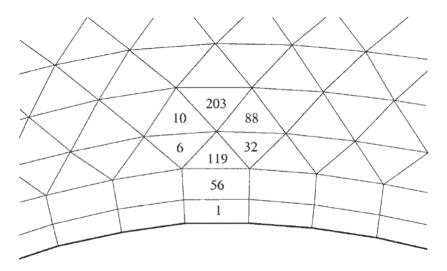


Figura 2.3: Representação de uma malha não estruturada. (Adaptado de BLAZEK [20])

Em FLETCHER [19], pode ser encontrada uma discussão sobre a transformação de coordenadas cartesianas para coordenadas curvilíneas generalizadas, as quais são usualmente empregadas em CFD, pois uma geometria distorcida no espaço cartesiano pode ser mapeada em uma região retangular nesse novo espaço. Tal conceito é de grande importância para a geração de malhas.

### 2.2.2 Discretização

A discretização no método de volumes finitos deve ser aplicada tanto no espaço físico quanto no temporal para a obtenção de um sistema de equações algébricas a partir das equações diferenciais. A primeira requer a geração de uma malha, enquanto a segunda subdivide o espaço temporal de forma finita com o auxilío dos passos de

tempo.

Outro ponto importante, destacado por SILVA [22], é a forma de alocação de variáveis na malha. SILVA [22] afirma que a forma mais utilizada para tal é a alocação das variáveis dependentes no centro do volumes de controle, no arranjo conhecido como co-localizado, o que torna mais fácil o controle de índices e a implementação computacional mais simples.

Diversos livros falam sobre discretização para métodos de volumes finitos e o exemplificam (PATANKAR [16]; VERSTEEG e MALALASEKERA [17]; FERZIGER e PÉRIC [18]). Contudo, aqui será mostrada a discretização de forma semelhante a apresentada em SILVA [22] e JASAK [23], aplicada para uma equação de transporte de uma variável genérica  $\phi$ , representada pela Equação 2.4.

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \hat{\mathbf{U}} \phi) - \nabla \cdot (\rho \Gamma \nabla \phi) = S(\phi)$$
 (2.4)

Sendo o primeiro termo relativo à derivada temporal, o segundo à convecção, o terceiro à difusão e o quarto ao termo fonte. Γ representa o coeficiente de difusão.

O primeiro passo é a integração da Equação 2.4 em um volume de controle  $V_P$  e em um intervalo de tempo,  $\Delta t$ .

$$\int_{t}^{t+\Delta t} \left[ \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_{P}} \rho \phi dV + \int_{V_{P}} \nabla \cdot (\rho \hat{\mathbf{U}} \phi) dV - \int_{V_{P}} \nabla \cdot (\rho \Gamma \nabla \phi) dV \right] dt$$

$$= \int_{t}^{t+\Delta t} \left( \int_{V_{P}} S(\phi) dV \right) dt \tag{2.5}$$

O passo seguinte é a integração numérica de cada um dos termos da Equação 2.5, algo feito tanto no espaço quanto no tempo.

No que tange ao espaço, emprega-se o teorema de Gauss para a transformação das integrais em volume em integrais em superfície. Posteriormente, soma-se as integrais resultantes em todo o volume de controle. O procedimento completo é mostrado para os termos convectivo e difusivo nas Equações 2.6 e 2.7.

$$\int_{V_P} \nabla \cdot (\rho \hat{\mathbf{U}} \phi) dV = \oint_{\delta V} d\mathbf{S} \cdot (\rho \hat{\mathbf{U}} \phi) = \sum_f \mathbf{S} \cdot (\rho \hat{\mathbf{U}})_f \phi_f = \sum_f F \phi_f \qquad (2.6)$$

$$\int_{V_P} \nabla \cdot (\rho \Gamma \nabla \phi) dV = \oint_{\delta V} d\mathbf{S} \cdot (\rho \Gamma \nabla \phi) = \sum_f (\rho \Gamma)_f \mathbf{S} \cdot (\nabla \phi)_f$$
 (2.7)

O termo  $F = \mathbf{S} \cdot (\rho \hat{\mathbf{U}})_f$ , sendo  $\mathbf{S}$  o vetor normal à área da face do volume de controle, introduzido na Equação 2.6, representa a taxa mássica através da face f.

Vale destacar que a integração numérica fornece a avaliação da propriedade de interesse na face, porém como já foi comentado, o sistema de equações algébricas é resolvido para os nós no centro do volume de controle. Sendo assim, surge a necessidade da aplicação de métodos de interpolação.

PATANKAR [16], VERSTEEG e MALALASEKERA [17] e FERZIGER e PÉRIC [18] apresentam alguns desses métodos: *upwind*, diferenças centrais, QUICK, híbrido, *power law*, MUSCL. JASAK [23] discute outros métodos baseados nos critérios de NVD (*Normalised Variable Diagram*) e TVD (*Total Variation Dimishing*), muitos dos quais implementados no OpenFOAM.

VERSTEEG e MALALASEKERA [17] mostram algumas propriedades necessárias para o método de discretização ser adequado: conservação, o fluxo de  $\phi$  que deixa um volume controle deve ser igual ao que entra no volume adjacente; soluções finitas; transportiveness, em que deve se assegurar que o método consiga identificar a direção do escoamento em um volume de controle e o que o influencia: coeficiente de difusão, nós adjacentes, etc. independente da magnitude do número de Peclet. VERSTEEG e MALALASEKERA [17] e PATANKAR [16] também discutem os cuidados a serem tomados para propiciar que tais condições sejam atendidas.

Na forma final do termo difusivo, também se faz necessária a obteção de um valor numérico para  $(\nabla \phi)_f$ . SILVA [22] mostra a expressão para malhas ortogonais e uma forma alternativa de cálculo desse gradiente pelo Teorema de Gauss, resultando em  $\phi_f$  e, consequentemente, nas funções de interpolação. Já JASAK [23] apresenta uma correção para malhas não ortogonais a fim de obter-se o valor numérico de  $(\nabla \phi)_f$ .

Retomando a questão da integração, restou discutir o termo fonte. Conforme descrito por PATANKAR [16], é importante linearizar esse termo, pois as técnicas de solução de sistemas algébricos em CFD, em sua maioria, resolvem somente sistemas lineares. PATANKAR [16] também discute métodos de linearização desse termo. O termo fonte linearizado é exibido na Equação 2.8 e ele numericamente integrado na Equação 2.9.

$$S(\phi) = S_C + S_P \phi \tag{2.8}$$

$$\int_{V_P} S(\phi)dV = S_C V_P + S_P V_P \phi_P \tag{2.9}$$

 $S_C$  e  $S_P$  podem ser dependentes de  $\phi$ .

A massa específica e o coeficiente de difusão são muitas vezes conhecidos e constantes em todo o volume de controle. Existem exceções, como em escoamentos compressíveis para a massa especifica e casos em que a viscosidade varie com a temperatura para o coeficiente de difusão.

Finalizado o tratamento para as integrais no espaço, deve-se preocupar com a integração no tempo. Assumindo-se que o volume de controle é constante ao longo do tempo, obtém-se a forma semi-discretizada da equação de transporte [23], Equação 2.10.

$$\int_{t}^{t+\Delta t} \left[ \left( \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} \right)_{P} V_{P} + \sum_{f} F \phi_{f} - \sum_{f} (\rho \Gamma)_{f} \mathbf{S} \cdot (\nabla \phi)_{f} \right] dt$$

$$= \int_{t}^{t+\Delta t} \left( S_{C} V_{P} + S_{P} V_{P} \phi_{P} \right) dt \tag{2.10}$$

Com isso, somente faz-se necessária agora a aproximação dos termos que envolvem derivadas ou integrais no tempo. Em PATANKAR [16] e VERSTEEG e MALALASEKERA [17] é mostrada na forma das Equações 2.11 e 2.12 tal aproximação.

$$\left(\frac{\partial\rho\phi}{\partial t}\right) = \left(\frac{\rho_P^n\phi_P^n - \rho_P^0\phi_P^0}{\Delta t}\right)$$
(2.11)

$$\int_{t}^{t+\Delta t} \phi_{P} dt = [f\phi_{P}^{n} + (1-f)\phi_{P}^{0}] \Delta t$$
 (2.12)

 $\phi_P^n$  representa o passo de tempo atual e  $\phi_P^0$  o passo de tempo imediatamente anterior.

A Equação 2.11 é obtida a partir de uma expansão em série de Taylor de  $\phi$  em torno do tempo, t. Já a Equação 2.12 pode assumir três formulações amplamente adotadas em CFD: Euler explícito para f=0, Crank-Nicolson quando f=0,5 e Euler totalmente implícito se f=1. PATANKAR [16] as discute e afirma que a formulação explícita requer um passo de tempo muito pequeno para assegurar resultados fisicamente reais; Crank Nicolson pode apresentar resultados fisicamente não reais dependendo do passo de tempo adotado; a formulação completamente implícita sempre apresenta comportamente físico satisfatório, porém não é tão acurado quanto Crank Nicolson. JASAK [23] também discute essas formulações, além de exibir outra: backward differencing.

A Equação 2.13 mostra a discretização temporal empregando-se Crank Nicolson.

$$\frac{\rho_P^n \phi_P^n - \rho_P^0 \phi_P^0}{\Delta t} V_P + 0.5 \sum_f F \phi_f^n - 0.5 \sum_f (\rho \Gamma)_f \mathbf{S} \cdot (\nabla \phi)_f^n$$

$$+0.5 \sum_f F \phi_f^0 - 0.5 \sum_f (\rho \Gamma)_f \mathbf{S} \cdot (\nabla \phi)_f^0$$

$$= S_C V_P + S_P V_P \phi_P^n + S_P V_P \phi_P^0$$
(2.13)

Por fim, as Equações 2.14 e 2.15 exibem o formato geral das equações de transporte discretizadas e o sistema linear a ser resolvido.

$$a_P \phi_P^n + \sum_n a_N \phi_N^n = b_P \tag{2.14}$$

$$[A][\phi] = [b] \tag{2.15}$$

A Equação 2.14 é válida para cada um dos volumes de controle, sendo o subscrito P referente ao nó do centro de volume de controle e o N aos vizinhos.  $b_P$  é a soma de todos os termos não dependentes de  $\phi^n$ .

Por fim, na Equação 2.15, [A] representa a matriz de coeficientes,  $[\phi]$  a matriz de variáveis de transporte de interesse que deseja-se calcular e [b] a matriz de constantes.

### 2.3 Acoplamento pressão velocidade

Um adendo importante a ser feito, é a questão do acoplamento pressão velocidade em CFD. Ele é fruto de uma restrição intrínseca aos problemas de CFD típicos que tratam de escoamentos incompressíveis [17]. Neles, há as equações para conservação de quantidade de movimento (Equação 2.3), uma para cada direção do escoamento, e também o componente do vetor velocidade associado a essas direções mais a pressão como variáveis a serem determinadas. Ainda existe a equação da conservação de massa (Equação 2.1), na qual tem-se para escoamentos incompressíveis densidade conhecida. Contudo, como caracterítica do escoamento incompressível, densidade e pressão não são dependentes. Todavia, como trata-se de um problema iterativo, a Equação 2.1 é utilizada como restrição para os campos de velocidade obtidos a partir do valor de pressão fornecido pelo algoritmo para acoplamento pressão-velocidade [17].

Alguns algoritmos desenvolvidos para esse tipo de cálculo estão descritos em VERSTEEG e MALALASEKERA [17], como o SIMPLE e o PISO, dois dos mais empregados em simulações CFD.

## 2.4 Solução das equações algébricas

A última etapa do método de volume finitos é a obtenção do novo valor de  $\phi_P$ ,  $\phi_P^n$ . Para tanto, é necessária a resolução do sistema linear representado pelas Equações 2.14 e 2.15.

A solução supracitada pode ser alcançada a partir de métodos diretos ou iterativos. Nos primeiros, a solução exata é obtida com um número finito de operações, porém só é apropriada para sistemas pequenos (até centenas de equações), pois um grande número de operações acarreta em aumento no custo computacional e dos erros de truncamento, comprometendo a acurácia da solução ([22], [23]).

Os métodos iterativos surgem para suprir as deficiências dos métodos diretos. Eles utilizam um chute inicial e melhoram a acurácia da solução até uma certa tolerância ([22], [23]). Contudo, conforme dito por SAAD [24], métodos iterativos apresentam o problema de falta de robustez, o que torna necessário o desenvolvimento de técnicas conhecidas como precondioniting, as quais aumentam eficiência e robustez. Essa técnica consiste na transformação do sistema linear original em outro com mesma solução, porém com maior facilidade para aplicação dos métodos iterativos [24]. Alguns dos métodos iterativos mais utilizados, Gauss-Seidel, gradiente conjugado, multigrid e algumas de suas variações com os precondicionamentos (preconditioners) são explicados em SAAD [24] e HIRSCH [25]. A maioria deles é disponibilizada pelo OpenFOAM.

## 2.5 OpenFOAM

O OpenFOAM (Open Source Field Operation and Manipulation) é um software de CFD de código aberto, distribuído pela OpenCFD Ltda e OpenFOAM Foundation, que tem como linguagem de programação o C++.

O OpenFOAM possui ferramentas para a execução de todas as etapas da fluidodinâmica computacional, geometria, malha, processamento e pós processamento. Contudo, devido a maior praticidade oferecida por códigos comerciais, a geometria e malha geralmente não são confeccionadas no ambiente OpenFOAM.

Conforme ressalta o guia do usuário do OpenFOAM [26], a biblioteca C++ do *software* é utilizada principalmente para criar executáveis, conhecidos como aplicações, as quais podem ser divididas em duas categorias: *solvers*, que são feitos visando à resolução de problemas que envolvam a mecânica do contínuo; *utilities*, empregadas na manipulação de dados.

Os solvers do OpenFOAM estão sucintamente descritos no seu manual do usuário [26]. Como exempíos, pode-se mencionar: o simpleFOAM, que faz uso do método acomplamento pressão velocidade SIMPLE, recomendado para casos com escoamento estacionário, incompressível e trubulento; pisoFOAM e pimpíeFOAM, recomendados para escoamentos transientes, incompressíveis e turbulentos, em que o primeiro emprega o método PISO para acoplamento pressão velocidade, ao passo que o segundo utiliza o PIMPLE para esse acoplamento, o qual é uma junção do SIMPLE com o PISO.

No que tange às *utilities*, pode-se exemplificar com: FluentMeshToFoam, converte malha próprias para o *software* comercial Fluent para o OpenFOAM; decomposePar, o qual decompõe a malha para processamento em paralelo; entre outros.

Uma grande vantagem associada ao OpenFOAM é que sendo conhecidos os métodos numéricos envolvidos, física do problema e técnicas de programação envolvidas, consegue-se adaptação de um solver ou uma utility para um caso de interesse, ou mesmo a criação de um solver ou uma utility novos. Sendo assim, esse elemento é de grande valia para trabalhos que têm como objetivo desenvolvimento de novos modelos ou algoritmos. Ademais, também é uma ferramenta importante para estudos de diferentes modelos ou algoritmos para um determinado caso, como no caso do presente trabalho, teste de modelos de turbulência em hidrociclones, pois devido à sua característica de código aberto, ele geralmente disponibiliza um número de modelos ou algoritmos maior que os softwares comerciais.

## Capítulo 3

## Turbulência

### 3.1 Caracterização

Como a modelagem adequada da turbulência a ser aplicada na simulação de um hidrociclone é o objetivo do trabalho, torna-se importante explicar, mesmo que sucintamente, esse fenônemo, bem como o porquê de sua complexidade.

Conforme afirmam FREIRE et al. [27], no escoamento dos fluidos, a transição à turbulência é caracterizada pelo aparecimento de instabilidades em um escoamento originalmente estável (laminar) às quais se multiplicam por um processo não-linear e degeneram-se em um regime turbulento.

TENNEKES e LUMLEY [28] citam algumas características do escoamento turbulento: irregularidade (aleatoriedade), difusividade, flutuações de vórtices tridimensionais, dissipação e continuidade. Com isso, é possível vislumbrar a complexidade do fenônemo, pois ele apresenta estruturas tridimensionais de difícil predição determinística, muitas vezes representadas na forma de vórtices, as quais promovem uma maior mistura de quantidade de movimento, energia e outras propriedades ligadas ao escoamento. Também deve ser ressaltado o caráter dissipativo da turbulência, associado às elevadas tensões de cisalhamento geradas, as quais são responsáveis pela transformação de energia cinética em calor. Por isso, é necessário fornecimeto contínuo de energia para a manutenção da turbulência.

Ademais, como afirma POPE [29] e é sucintamente explicado por KLEIN [30], a turbulência também pode ser caracterizada por um espectro de diferentes tamanhos de vórtice, implicando em diferentes comprimentos de escala, sendo os maiores da mesma ordem de grandeza do domínio do escoamento e os menores limitados pelas forças viscosas e energia cinética das flutuações. O fenômeno seria mantido pela transferência da energia contida no escoamento na escala média para as maiores escalas de turbulência e delas paras as menores até a dissipação viscosa, em um processo conhecido como cascata de energia.

Uma maneira de avaliar se o escoamento está em regime turbulento é através do número de Reynolds (Equação 3.1), o qual analisa a importância relativa entre efeitos convectivos e difusivos. Para números de Reynolds elevados, quando os efeitos convectivos são predominantes, o escoamento é turbulento, devido à não lineriadade inerente à convecção. Contudo, deve ser salientado, que, mesmo a números de Reynolds baixos, é possível encontrar turbulência devido a não linearidades nos domínios a serem tratados, como por exemplo: expansões bruscas, reduções brucas, obstásculos, etc.

$$Re = \frac{efeitos \quad convectivos}{efeitos \quad turbulentos} \tag{3.1}$$

Feita essa apresentação sucinta do fenônemo, é pertinente mostrar formas desenvolvidas para modelá-lo.

## 3.2 Modelagem

WILCOX [31] afirma que a modelagem da turbulência é um dos três elementos chave da fluidodinâmica computacional. Sendo assim, é muito importante existir uma modelagem adequada e validada para o caso a ser estudado.

Uma das maneiras mais comuns de modelagem da turbulência ocorre através do procedimento RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes), em que o operador média temporal é aplicado sobre as equações da continuidade e Navier Stokes para variáveis instantâneas, representadas para escoamentos incompressíveis pelas Equações 3.2 e 3.3 em notação indicial. Tal procedimento é válido, independentemente do tipo de média a ser adotada: temporal, espacial ou ensemble [31].

$$\frac{\partial \hat{U}_i}{\partial x_i} = 0 \tag{3.2}$$

$$\frac{\partial \hat{U}_i}{\partial t} + \hat{U}_j \frac{\partial \hat{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \hat{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \hat{U}_i}{\partial x_j \partial x_j}$$
(3.3)

 $\hat{U}$ e  $\hat{P}$ são a velocidade e a pressão instantâneas, os mesmos empregados nas

Equações 2.1 e 2.2.  $\nu$  é a viscosidade cinemática.

Conforme sugerido por FREIRE et al. [27], é desejável seguir os seguintes passos para a obtenção das equações RANS:

- decomposição da velocidade e da pressão em uma parte média e outra flutuante. No caso de escoamentos compressíveis, também seria necessária a decomposição da densidade;
- é aplicado o operador média em um intervalo definido, o qual depende do tipo de média considerado, tempo para a média temporal por exemplo, nos termos resultantes.

As grandezas decompostas ficam na forma:

$$\hat{U} = U + u \tag{3.4}$$

$$\hat{P} = P + p \tag{3.5}$$

U e P são a velocidade e a pressão médias, enquanto u e p são suas flutuações. Com a substituição das Equações 3.4 e 3.5 nas Equações 3.2 e 3.3 e a passagem do operador média nos termos resultantes, obtém-se, após algumas manipulações algébricas apresentadas por FREIRE  $et\ al.\ [27]$  e WILCOX [31]:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \tag{3.6}$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j}$$
(3.7)

Ao comparar-se a Equação 3.6, continuidade para variável média, com a 3.2, continuidade para variável instantânea, nota-se que elas são semelhantes, ou seja, não há nenhum termo que necessite de modelagem. Em contrapartida, na Equação 3.7, Navier Stokes para variável média, observa-se um termo a mais em relação à 3.3,  $-\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j}$ . Embora ele surja da promediação do termo convectivo da Equação 3.3, ele pode ser associado ao aumento da resistência à deformação provocada pelo aumento

da turbulência, ou seja, a presença da turbulência é manifestada em um aumento aparente da viscosidade do fluido [27].

Além disso, esse novo termo é comumente chamado de tensor de Reynolds, um tensor simétrico, o qual adiciona seis novas incógnitas ao conjunto de equações a ser resolvido,  $\overline{u^2}$ ,  $\overline{v^2}$ ,  $\overline{w^2}$ ,  $\overline{uv}$ ,  $\overline{uw}$  e  $\overline{vw}$ . Como no sistema anterior já existiam quatro equações, continuidade mais Navier Stokes para cada componente do vetor velocidade, e quatro incógnitas, a pressão e os três componentes do vetor velocidade, o aparecimento do tensor de Reynolds leva ao chamado problema de fechamento, pois há mais incógnitas do que equações. Com isso, esse novo termo precisa ser modelado para tornar possível a solução do sistema.

Outra forma de resolver o problema seria pela simulação numérica direta (DNS), na qual são resolvidas as equações instantâneas da continuidade e Navier Stokes, não mais as médias como na RANS. Contudo, existe a limitação quanto ao tempo computacional para simulações DNS, pois para ela ser representativa do escoamento, deve ser construída uma malha de forma que o maior elemento seja menor que a menor escala turbulenta. Exemplos dessas simulações podem ser vistos em POPE [29]. Com isso, surge a modelagem conhecida como *Large Eddy Simulation*(LES), na qual somente as grandes escalas de turbulência são calculadas por DNS e as menores pela modelagem RANS [29].

#### 3.2.1 Hipótese de Boussinesq

Uma das formas mais empregadas para a modelagem do tensor de Reynolds é a hipótese de Boussinesq (Equação 3.8). Ela surge a partir de uma analogia com a lei da viscosidade de Newton, relacionando a tensão viscosa, oriunda principalmente de efeitos moleculares, e a turbulenta, fruto predominantemente do efeito convectivo, macroscópico.

$$\overline{u_i u_j} = -\nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} k \delta_{ij}$$
(3.8)

$$k = \frac{\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}}{2} \tag{3.9}$$

O k representa a energia cinética turbulenta e o  $\nu_t$  a viscosidade turbulenta. KLEIN [30] afirma que um dos problemas dessa hipótese pode ser observado a partir da Equação 3.8, em que obtém-se tensor isotrópico,  $\overline{u^2} = \overline{v^2} = \overline{w^2} = \frac{2}{3}k$ , para escoamentos cisalhantes,  $\frac{\partial U_i}{\partial x_j} = 0$  (para i = j), relação reconhecidamente errada.

POPE [29] também menciona alguns escoamentos para as quais essa hipótese não é válida: com linhas de corrente curvas, com elevada rotação e desenvolvidos em dutos de seção reta não circular.

Ademais, pode-se observar pela Equação 3.8, como o problema de fechamento é mitigado com a hipótese de Boussinesq, pois as seis variáveis adicionadas originalmente pelo tensor de Reynolds são obtidas a partir de uma única a ser modelada: a viscosidade turbulenta. Devido a essa simplificação, inúmeros modelos foram desenvolvidos a partir dessa hipótese, alguns dos quais são mostrado ao longo deste capítulo.

#### 3.2.2 Modelo a zero equações

Os modelos a zero equações são assim conhecidos, pois não acrescentam nenhuma equação de transporte para o cálculo de viscosidade turbulenta. O modelo de mistura de Prandtl é um dos principais expoentes desse tipo de abordagem, em que a viscosidade turbulenta é obtida a partir de velocidade e comprimento característicos,  $v \in l$ , e uma constante, C, geral.

$$\mu_t = \rho C v l \tag{3.10}$$

Conforme mostrado em WILCOX [31], a velocidade característica pode ser relacionada com o comprimento característico, e a constante C pode ser incorporada pelo modelo.

$$v = l_m \left| \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right) \right| \tag{3.11}$$

$$\mu_t = \rho l_m^2 \left| \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right) \right| \tag{3.12}$$

A velocidade característica é proporcional somente a  $\left|\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)\right|$ , pois Prandtl originalmente estudou um escoamento cisalhante 2D, em que esse era o único

gradiente de velocidade média importante, assim como  $\rho \overline{u}\overline{v}$  é a única componente do tensor de Reynolds significativa [30]. Com isso, obtém-se:

$$-\overline{uv} = l_m^2 \left| \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right) \right| \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right) \tag{3.13}$$

 $l_m$  é conhecido como comprimento de mistura de Prandtl e precisa ser modelado. Ele, em geral, depende do tipo de escoamento ou geometria a ser estudado, sendo necessário conhecimento a priori de seu comportamento, trazendo elevado empiricismo ao modelo, o que não é desejado. Por isso, mesmo sendo conceitualmente simples e fornecer poucas dificuldades numéricas [31], ele é pouco utilizado, uma vez que a modelagem do comprimento característico é difícil para escoamentos complexos.

Existem outros modelos a zero equações, WILCOX [31] apresenta dois deles: Cebeci-Smith e Baldwin-Lomax. Todavia, como essa forma de modelagem não é testada nesse trabalho, é aqui apresentada somente a ideia de representação da viscosidade turbulenta por uma escala de comprimento e outra de velocidade, a qual é a base de vários modelos de turbulência, alguns empregados nesse estudo e exibidos adiante.

#### 3.2.3 Modelos a uma equação

Os modelos a uma equação surgem como uma tentativa de superar algumas limitações dos modelos a zero equações [30]. Isso é feito adicionando uma equação de transporte para ser resolvida, porém ainda se faz necessária uma equação algébrica empírica para o fechamento do problema.

Conforme pontuado por KLEIN [30], WILCOX [31] e POPE [29], o modelo a uma equação mais difundido é aquele que relaciona a energia cinética turbulenta com a escala de velocidade  $(v=k^{\frac{1}{2}})$ . Ele foi desenvolvido independentemente por Kolgomorov e Prandtl [29, 30]. Esse modelo mantém o comprimento de mistura como escala de comprimento e exibe uma constante adimensional,  $C'_{\mu}$ , na nova expressão para a obtenção da viscosidade turbulenta (Equação 3.14).

$$\mu_t = C_u' k^{\frac{1}{2}} l_m \tag{3.14}$$

Nessa nova expressão, o comprimento de mistura continua a depender de co-

nhecimento prévio do escoamento, sendo necessário uma correlação empírica para seu cálculo. Segundo WILCOX [31], Prandtl acreditava que poderia achar uma expressão geral para o cálculo do comprimento de mistura. Quanto à nova escala de velocidade, KLEIN [30] ressalta o fato da energia cinética turbulenta estar associada ao maiores vórtices da turbulência, tornando essa escala não mais dependente somente do escoamento médio como nos modelos a zero equações.

A equação de transporte para a energia cinética turbulenta (Equação 3.15) origina-se a partir da definição dessa grandeza,  $k=\frac{1}{2}\overline{u_i^2}$ , que fornece  $\frac{Dk}{Dt}=\frac{1}{2}\left(\frac{D\overline{u_i^2}}{Dt}\right)=\overline{u_i\frac{Du_i}{Dt}}$ . Pode-se obter a equação para  $u_i$ , fazendo-se a subtração da Equação 3.3, Navier Stokes, da Equação 3.7, RANS, conforme procedimento descrito por KLEIN [30].

$$\frac{Dk}{Dt} = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \nu \frac{\overline{\partial u_i}}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial k}{\partial x_j} - \frac{\overline{u_i^2 u_j}}{2} - \frac{\overline{u_i p}}{\rho} \right)$$
(3.15)

O termo à esquerda na Equção 3.15 representa tanto efeitos transientes quanto convectivos.

O primeiro termo à direita é conhecido como produção de energia cinética turbulenta,  $P_k$ , pois ele também está presente na equação de transporte para a energia cinética média, um indicativo de que esse termo está associado à transferência de energia do fluido médio para as escalas turbulentas.

O termo seguinte,  $\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ , é chamado de dissipação de energia cinética turbulenta ou dissipação turbulenta viscosa,  $\varepsilon$ . Nesse tipo de modelagem, ele é calculado pela relação  $\varepsilon = C_D \frac{k^{1,5}}{l}$ , sendo  $C_D$  uma constante empírica e l o comprimento de escala [30, 31].

Por fim, o termo  $\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial k}{\partial x_j} - \frac{\overline{u_i^2 u_j}}{2} - \overline{u_i p} \right)$  precisa ser modelado, mais especificamente os termos  $-\frac{\overline{u_i^2 u_j}}{2}$  e  $-\frac{\overline{u_i p}}{\rho}$ . Como mostra WILCOX [31], isso é feito por analogia com o transporte molecular, em que  $-\frac{\overline{u_i^2 u_j}}{2} \sim \nu_t \frac{\partial k}{\partial x_j}$ . O mesmo WILCOX [31] afirma que simulações DNS mostram que o termo  $-\frac{\overline{u_i p}}{\rho}$  não é relevante para escoamento simples, o que leva à relação  $-\frac{\overline{u_i^2 u_j}}{2} - \frac{\overline{u_i p}}{\rho} = \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j}$ .  $\sigma_k$  é uma constante de fechamento do modelo, podendo também ser interpretada como a ligação entre a viscosidade turbulenta e difusividade de k, tendo valor unitário em geral [30].

A Equação 3.15 pode ser reescrita de forma compacta como:

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right]$$
 (3.16)

O problema dos modelos a uma equação é a necessidade de uma equação algébrica para cálculo do comprimento característico, l. Ele é calculado da mesma forma que nos modelos a zero equações.

#### 3.2.4 Modelos a duas equações

Os modelos a duas equações foram desenvolvidos a fim de retirar-se a dependência empírica para obtenção do comprimento característico, l. Para tanto, é necessário o desenolvimento de uma segunda equação de transporte para uma variável associada à turbulência. Esta variável deve ser relacionada a l. Os modelos desenvolvidos e empregados costumam utilizar como uma das equações de transporte aquela desenvolvida para a energia cinética turbulenta.

O primeiro modelo que pode ser citado e que apresenta grande uso tanto na academia quanto na indústria é o  $k-\varepsilon$  padrão. Ele é robusto e proporciona resultados concordantes com dados experimentais para um grande número de casos de interesse. Ele remete inicialmente ao trabalho de JONES e LAUNDER [32] no qual foi apresentada a equação de transporte para a dissipação de energia cinética turbulenta, Equação 3.17.

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k - c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right]$$
(3.17)

Lembrando que a outra equação de transporte é igual à mostrada para os modelos a uma equação, Equação 3.16.

Com isso, mantém-se a escala de velocidade,  $v=k^{\frac{1}{2}}$ , e o comprimento característico se torna  $l=\frac{k^{\frac{3}{2}}}{\varepsilon}$ . Assim, a viscosidade turbulenta é obtida da seguinte forma:

$$\nu_t = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{3.18}$$

Sendo assim, foi retirada a dependência empírica para o cálculo da viscosidade turbulenta. A questão agora é como determinar-se as constantes do modelo,  $\sigma_k, c_{\varepsilon 1}, c_{\varepsilon 2}, \sigma_{\varepsilon}, c_{\mu}$ . Elas são calculadas aplicando o modelo de turbulência para uma série de escoamentos que possuam comportamento esperado. Como exemplo, o  $c_{\mu}$  é

determinado a partir do conceito de equilíbrio local em camadas limite com gradiente de pressão nulo,  $c_{\varepsilon 2}$  da turbulência homogênea gerada por uma "grelha".  $c_{\varepsilon 1}$  e  $\sigma_{\varepsilon}$  são obtidos a partir de otimização computacional na qual eles são relacionados ao  $c_{\varepsilon 2}$  [30].

Os valores usualmente empregados para essas constantes são os apresentados por LAUNDER e SPALDING [33] conforme Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Valores usualmente empregados no modelo  $k-\varepsilon$  padrão

Contudo, aliado às limitações impostas pela hipótese de Boussinesq, a forma de obtenção dessas constantes faz com que o modelo  $k - \varepsilon$  padrão não forneça bons resultados para variados tipos de escoamento, especialmente aqueles mais complexos: jatos e escoamentos com região próxima à parede importante, por exemplo [29].

Com isso, surgiram tentativas de solucionar as dificuldades supracitadas. Uma delas é a modelagem a partir de renormalização de grupos, RNG. YAKHOT e ORS-ZAG [34] mostram a aplicação dessa metodologia para a turbulência hidrodinâmica. Conforme dizem os mesmos YAKHOT e ORSZAG [34], esse método possibilita a avaliação de coeficientes e equações de transporte para as grandes escalas de turbulência.

Finalizado o procedimento, obtém-se as seguintes equações de transporte para a energia cinética turbulenta e dissipação de energia cinética turbulenta.

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right]$$
 (3.19)

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = (c_{\varepsilon 1} - R)\frac{\varepsilon}{k}P_k - c_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right]$$
(3.20)

Na Equação 3.19, pode-se observar que não há mudança na equação de transporte para a energia cinética turbulenta. No entanto, na Equação 3.20, nota-se o surgimento do termo R, o qual é definido como  $\eta \frac{1-\left(\frac{\eta}{\eta_0}\right)}{1+\beta\eta^3}$ .  $\eta$  é definido como  $S^k_{\varepsilon}$ ,  $S=\sqrt{\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)^2}$ ,  $\eta_0$  e  $\beta$  são constantes do modelo.

A diferença dos modelos RNG  $k-\varepsilon$  para o  $k-\varepsilon$  padrão é justamente sua relação

com o parâmetro  $\eta$ , o qual é reponsável por relacionar as escalas turbulentas às médias. Nos testes realizados por YAKHOT et al. [35], o RNG  $k-\varepsilon$  apresentou resultados concordantes entre dados simulados e experimentais para o escoamento em backward facing step, com erro de aproximadamente zero por cento para o ponto de reattachment, em contraste com os 17,73 por cento de erro apresentados pelo modelo  $k-\varepsilon$  padrão nos testes conduzidos por KLEIN [30]. Todavia, YAKHOT et al. [35] ressaltam que essa modelagem não foi desenvolvida para sistemas que envolvam curvatura ou rotação.

MORADNIA [36], que elenca alguns dos modelos de turbulência implementados no OpenFOAM, lista os valores adotados para as constantes do modelo, mostrados na Tabela 3.2.

Outro exemplo de desenvolvimento são os modelos realizable  $k - \varepsilon$ . SHIH et al. [37] afirmam que a condição de realizable é um princípio físico e matemático básico que a solução de qualquer modelo de turbulência deveria obedecer, pois representam as condições mínimas para um modelo de turbulência não fornecer resultados não físicos.

Tabela 3.2: Valores das constantes do modelo RNG  $k-\varepsilon$  implementados no Open-FOAM

$C_{\mu}$	$\sigma_k$	$\sigma_{arepsilon}$	$c_{\varepsilon 1}$	$c_{\varepsilon 2}$	β	$\overline{\eta_0}$
0,085	0,7179	0,7179	1,42	1,68	0,015	4,38

Para assegurar a condição *realizable*, um modelo deve garantir que as componentes normais dos tensores de Reynolds sejam sempre positivas e a desigualdade de Schwarz, Equação 3.21, seja atendida.

$$\frac{\overline{u_{\alpha}u_{\beta}^2}}{\overline{u_{\alpha}^2}\,\overline{u_{\beta}^2}} \le 1 \tag{3.21}$$

SHIH et al. [38] ressaltam que para cumprir a condição de realizable,  $C_{\mu}$  não pode ter um valor fixo e deve estar relacionada à deformação do fluido médio. A função adotada para  $C_{\mu}$  é aquela fornecida por SHIH et al. [37] e vista na Tabela 3.3. As equações de transporte obtidas por SHIH et al. [38] para a energia cinética turbulenta e a dissipação de energia cinética turbulenta são exibidas pelas Equações 3.22 e 3.23.

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right]$$
 (3.22)

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = c_{\varepsilon 1} S\varepsilon - c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu\varepsilon}} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right]$$
(3.23)

As outras relações necessárias para emprego do modelo são apresentadas na Tabela 3.3.

Tabela 3.3: Relações necessárias para emprego do modelo realizable  $k-\varepsilon$ 

$C_{\mu}$	$\sigma_k$	$\sigma_{arepsilon}$	$c_{arepsilon 1}$	$c_{\varepsilon 2}$
$\frac{1}{A_0 + A_s\left(\frac{kU^*}{\varepsilon}\right)}$	1,0	1, 2	$max\left(0,43,\left(\frac{\eta}{\eta+5,0}\right)\right)$	1,9
$A_0$	$A_s$	$\phi$	S	$\widetilde{S}$
4,0	$\sqrt{6}cos\phi$	$\frac{1}{3}cos^{-}1(\sqrt{6}W)$	$\sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$	$\sqrt{S_{ij}S_{ij}}$
W	$U^*$	$\widetilde{\Omega}_{ij}$	$\Omega_{ij}$	
$\frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{\widetilde{S}^3}$	$\sqrt{S_{ij}S_{ij} + \widetilde{\Omega}_{ij}\widetilde{\Omega}_{ij}}$	$\Omega_{ij} - 2\epsilon_{ijk}\omega_k$	$\overline{\Omega_{ij}} - \epsilon_{ijk}\omega_k$	

 $\widetilde{\Omega}_{ij}$  é a taxa média do tensor rotação em um referencial rotacional com velocidade angular  $\omega_k$  [36]. Os termos restantes,  $S_{ij}$  e  $\eta$ , seguem a mesma modelagem do RNG  $k-\varepsilon$ .

Nos estudos conduzidos por SHIH et al. [38], o modelo realizable  $k - \varepsilon$  apresenta resultados melhores que o  $k - \varepsilon$  padrão para escoamentos cisalhantes homogêneos rotacionais, pois há casos para os quais o modelo tradicional não captura os efeitos de rotação. O mesmo vale para jatos com rotação, em que o realizable  $k - \varepsilon$  mostra resultados quantitativos melhores [38].

Um outro exemplo de adaptação do  $k - \varepsilon$  padrão foi dado por KLEIN [30], em que a partir de simulações de escoamentos cisalhantes homogêneos, foi proposta uma relação para o cálculo de  $C_{\mu}$ , função de  $\eta_2$ , sendo  $\eta_2 = \frac{k}{\epsilon} \frac{dU}{dy}$ . Essa relação é mostrada pela Equação 3.24.

$$C_{\mu} = c_1 + c_2 exp(-c_3 \eta_2) \tag{3.24}$$

Os valores das constantes do modelo são exibidos na Tabela 3.4.

Tabela 3.4: Valores das constantes para cálculo de  $C_{\mu}$  e outras constantes apresentados por KLEIN [30]

$\sigma_k$	$\sigma_{arepsilon}$	$c_{\varepsilon 1}$	$c_{\varepsilon 2}$	$c_1$	$c_2$	$c_3$
1,0	1,4787	1,4211	1,8	0,0117	0,22	0,31

WILCOX [31] apresenta outros modelos a duas equações, mas ressalta que seu uso não é tão difundido.

# 3.2.5 Modelos a duas equações e viscosidade turbulenta não linear

Da mesma forma que os modelos descritos anteriormente, aqueles que são aqui explicados apresentam duas equações de transporte: energia cinética turbulenta e dissipação de energia viscosa. A diferença desse tipo de modelagem é a adição de termos não lineares para caraterização do tensor de Reynolds. Com isso, também busca-se vencer as limitações da hipótese de Boussinesq já comentadas, especialmente aquela relacionada à isotropia dos tensores de Reynolds.

POPE [39] é uma das referências nesse tipo de modelagem. Nela, relaciona-se o tensor de anisotropia dos tensores de Reynolds,  $a_{ij}$ , com a forma adimensional do tensor deformação,  $s_{ij}$ , e do tensor vorticidade,  $w_{ij}$ . Todos são definidos a seguir.

$$a_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \tag{3.25}$$

$$s_{ij} = \frac{k}{\varepsilon} \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$
 (3.26)

$$w_{ij} = \frac{k}{\varepsilon} \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$
 (3.27)

Conforme mostrado por POPE [39], determinar  $\overline{u_iu_j}$  é o equivalente a determinar  $a_{ij}$  e toda informação necessária para isso está contida em  $s_{ij}$  e  $w_{ij}$ . Sendo

assim, o tensor  $a_{ij}$  é obtido da seguinte maneira proposta por POPE [39].

$$a_{ij} = \sum_{\lambda} G^{\lambda} T_{ij}^{\lambda} \tag{3.28}$$

$$T_{ij}^{\lambda} = f_{NL}(s_{ij}, w_{ij}) \tag{3.29}$$

 $T_{ij}^{\lambda}$  representa um conjunto de 10 bases independentes que vão até a quinta ordem e que são mostradas em POPE [39] e POPE [29].  $G^{\lambda}$  são os coeficientes de expansão dessas bases.

Como exemplo de modelo desenvolvido, pode ser citado aquele mostrado em ZHU e SHIH [40]. Ele é de segunda ordem, utiliza até a base  $T_3$ , e apresenta as equações de transporte idênticas às empregadas no  $k - \varepsilon$  padrão. A diferença realmente está na forma de calcular os tensores de Reynolds, Equação 3.30.

$$\frac{\overline{u_i u_j}}{\rho} = \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + T_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}$$
 (3.30)

$$T_{ij} = \frac{k^3}{(A_2 + \eta^3)\varepsilon^2} \left[ C_{\tau 1} \left( U_{i,k} U_{k,j} + U_{j,k} U_{k,i} - \frac{2}{3} \Pi \delta_{ij} \right) + C_{\tau 2} \left( U_{i,k} U_{j,k} - \frac{1}{3} \widetilde{\Pi} \delta_{ij} \right) + C_{\tau 3} \left( U_{k,i} U_{k,j} - \frac{1}{3} \widetilde{\Pi} \delta_{ij} \right) \right]$$
(3.31)

A viscosidade turbulenta continua a ser calculdada igual ao  $k-\varepsilon$  padrão, mas o  $C_{\mu}$  se torna variável. As outras relações necessárias para utilização do modelo são mostradas na Tabela 3.5.

 $\eta$  e  $\omega_m$  seguem a modelagem adotada para o próprio  $\eta$  no RNG  $k-\varepsilon$  e do  $\omega_k$  para o realizable  $k-\varepsilon$ .

ZHU e SHIH [40] ressaltam que esse modelo apresenta resultados melhores que

Tabela 3.5: Outras relações necessárias para aplicação do modelo de viscosidade turbulenta não linear mostrado por ZHU e SHIH [40]

$C_{\mu}$	П	$\widetilde{\Pi}$	ξ	Ω	$\Omega_{ij}^*$
$\frac{2/3}{A_1 + \eta \gamma \xi}$	$U_{k,l}U_{l,k}$	$U_{k,l}U_{k,l}$	$\frac{k\Omega}{\varepsilon}$	$(2\Omega_{ij}^*\Omega_{ij}^*)^{1/2}$	$(U_{i,j} - U_{j,i})/2 + 4\epsilon_{mji}\omega_m$
$C_{\tau 1}$	$C_{\tau 2}$	$C_{\tau 3}$	$A_1$	$A_2$	$\gamma$
-4	13	-2	1,25	1000	0, 9

o que o  $k-\varepsilon$  padrão e o RNG  $k-\varepsilon$  para casos de escoamento de jato confinado. Além disso, esse modelo é realizable.

Contudo, CRAFT et al. [41] afirmam que os modelos de viscosidade turbulenta não linear de segunda ordem, tal qual o já exibido, não apresentam resultados muito melhores que os lineares para alguns escoamentos com a presença de linhas de corrente curvas. Sendo assim, faz-se necessário o emprego de modelos de terceira ordem em alguns casos.

Como exemplo de modelo de viscosidade turbulenta não linear cúbico, pode ser citado o que está implementado no OpenFOAM e exibido em MORADNIA [36]. O mesmo MORADNIA [36] ressalta a adição dos termos cúbicos nesse modelo para a mellhor captura do efeito de linhas de corrente curvas.

As equações de transporte também são iguais às exibidas para o  $k - \varepsilon$  padrão. O tensor de Reynolds é modelado tal qual a Equação 3.30, porém o termo  $T_{ij}$  é definido de forma diferente, Equação 3.32, assim como as constantes e outras relações inerentes ao modelo, Tabela 3.6.

$$T_{ij} = C_1 k \frac{\nu_t}{\varepsilon} \left[ S_{ik} S_{kj} - \frac{1}{3} \delta_{ij} S_{kl} S_{kl} \right]$$

$$+ C_2 k \frac{\nu_t}{\varepsilon} [\Omega_{ik} S_{kj} + \Omega_{jk} S_{ki}] + C_3 k \frac{\nu_t}{\varepsilon} \left[ \Omega_{ik} \Omega_{kj} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \Omega_{kl} \Omega_{kl} \right]$$

$$+ C_4 \frac{\nu_t k^2}{\varepsilon^2} (S_{ki} \Omega_{ij} + S_{kj} \Omega_{li}) S_{kl} + C_5 \frac{\nu_t k^2}{\varepsilon^2} (S_{kl} S_{kl} + \Omega_{kl} \Omega_{kl}) S_{ij}$$

$$(3.32)$$

A viscosidade turbulenta é obtida igual ao modelo  $k - \varepsilon$  padrão,  $C_{\mu} \frac{k^2}{\varepsilon}$ .

#### 3.2.6 Modelos de múltiplas escalas de tempo

Na modelagem com múltiplas escalas de tempo, considera-se que a turbulência não pode ser caracterizada por uma única escala de tempo ou comprimento de escala. Foi

Tabela 3.6: Relações e constantes do modelo de viscosidade turbulenta não linear cúbica mostradas por MORADNIA [36]

$C_{\mu}$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$
$\frac{2/3}{1,25+S+0,9\Omega}$	$\frac{3/4}{1000+S^3}$	$\frac{15/4}{1000+S^3}$	$\frac{19/4}{1000+S^3}$	$-10C_{\mu}^{2}$	$-2C_{\mu}^{2}$
$A_1$	$A_2$	S	Ω	$S_{ij}$	$\Omega_{ij}$
1,25	1000	$\frac{k}{\varepsilon}\sqrt{\frac{1}{2}S_{ij}S_{ij}}$	$\frac{k}{\varepsilon}\sqrt{\frac{1}{2}\Omega_{ij}\Omega_{ij}}$	$\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}$	$\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i}$

observado que os modelos previamente discutidos, apresentam baixa precisão quando empregados em escoamentos com mudanças bruscas, como repentinas expansões e contrações [30]. KLEIN [30] afirma que muitos desses escoamentos passam por uma região de transição que não os permite serem caracterizados por um único comprimento de escala.

HANJALIC et al. [42] apresentam um dos primeiros estudos nesse tipo de modelagem. Nele, divide-se o espectro de energia cinética turbulenta em três regiões, a primeira relacionada às grandes escalas de turbulência, região de produção, a qual armazena energia cinética tubulenta,  $k_P$ , e à transfere a uma taxa  $\varepsilon_P$  para a região adjacente, regoão de transferência, que armazena  $k_T$  de energia cinética turbulenta e a transfere a uma taxa  $\varepsilon_T$  para a terceira e última região, de dissipação viscosa, a qual por conveção não armazena energia cinética turbulenta e está em equilíbrio com a região de transferência, implicando em taxa de dissipação viscosa,  $\varepsilon$ , igual a  $\varepsilon_T$ .

Tais regiões podem ser melhor compreendidas a partir da Figura 3.1, a qual exibe o espectro de energia cinética turbulenta em função do número de onda, que é o inverso do comprimento de escala. A partir da Figura 3.1, conforme salientado por KLEIN [30], o fim da região de produção é da ordem de grandeza do domínio estudado, ao passo que o fim da região de transição é da ordem de grandeza das escalas de comprimento de Kolgomorov, o que torna difícil imaginar que modelos que contemplam apenas uma escala de tempo possam ser representativos de todos os escoamentos existentes. Além disso, também é obsevado que a região de transição aumenta à medida que o valor do número de Reynolds cresce [30].

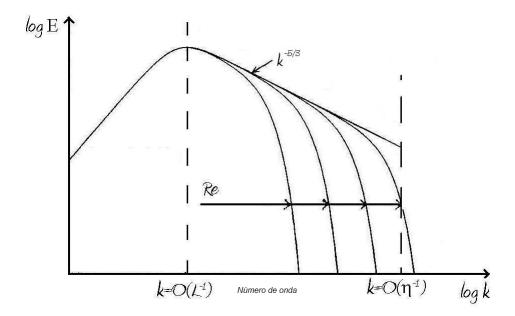


Figura 3.1: Espectro de energia cinética turbulenta. (Adaptado de KLEIN [30])

Voltando à modelagem, HANJALIC et al. [42] propõem quatro equações de transporte, duas para a energia cinética turbulenta, uma para região de produção,  $k_P$ , e outra para a região de transição,  $k_T$ , sendo a soma das duas a energia cinética turbulenta total, k, e duas para as taxas de transferência de energia cinética turbulenta,  $\varepsilon_P$  e  $\varepsilon_T$ .

Em suas formas gerais, exibidas da Equação 3.33 à Equação 3.36, elas se assemelham bastante às equações do  $k-\varepsilon$  padrão.

$$\frac{Dk_P}{Dt} = P_k - \varepsilon_P + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_{k_P}} \right) \frac{\partial k_P}{\partial x_i} \right]$$
 (3.33)

$$\frac{Dk_T}{Dt} = \varepsilon_P - \varepsilon_T + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_{k_T}} \right) \frac{\partial k_T}{\partial x_j} \right]$$
(3.34)

$$\frac{D\varepsilon_P}{Dt} = C_{P1} \frac{\varepsilon_P}{k_P} P_k - C_{P2} \frac{\varepsilon_P^2}{k_P} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_{\varepsilon_P}} \right) \frac{\partial \varepsilon_P}{\partial x_j} \right]$$
(3.35)

$$\frac{D\varepsilon_T}{Dt} = C_{T1} \frac{\varepsilon_P \varepsilon_T}{k_T} P_k - C_{T2} \frac{\varepsilon_T^2}{k_T} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_{\varepsilon_T}} \right) \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial x_i} \right]$$
(3.36)

Deve ser salientado que o  $P_k$ , produção de energia cinética turbulenta, presente nas equações anteriores é o mesmo já discutido, que transfere a energia do fluido médio para as escalas turbulentas, mais precisamente para as escalas da região de produção nessa modelagem. Ademais, o termo de produção para energia cinética turbulenta na região de transição é justamente a energia cinética transferida da região de produção, representada pela taxa de transferência  $\varepsilon_P$ .

No que tange ao cálculo da viscosidade turbulenta, ele será dependente da modelagem seguida, devendo apenas manter a coerência quanto à análise dimensional e significado físico associados à sua dependência do comprimento característico e da escala de velocidae. Para exemplicar, HANJALIC et al. [42] adotaram como viscosidade turbulenta a relação  $0, 10kk_P/\varepsilon_P$ .

Os modelos de múltiplas escalas de tempo empregados no presente trabalho são o NT1 e NT2 desenvolvidos por KLEIN [30], os quais tem sua base nos modelos de HANJALIC et al. [42], uma vez que neste trabalho foram avaliados vários modelos desta classe e os modelos NT1 e NT2 mostraram-se mais efetivos para uma ampla classe de escoamentos. Uma das diferenças deles para a forma padrão das equações é a adição do termo  $C'_{P1}k_P\frac{\partial U_l}{\partial x_m}\frac{\partial U_l}{\partial x_j}\epsilon_{lmk}\epsilon_{ijk}$  à equação para  $\varepsilon_P$ , Equação 3.35. Esse termo é adicionado para fornecer maior sensibilidade em relação às tensões normais [30].

Ambos modelos tiveram seus coeficientes calibrados para atender as análises assintóticas de escoamentos com decaimento de turbulência homogênea gerada por uma "grelha", camada limite turbulenta em equílibrio local e escoamento cisalhante homogêneo [30]. Também foi necessária a adaptação de alguns modelos para que fornecessem bons resultados para escoamentos com acentuado não equílibrio, como escoamentos em rampa(backward facing steps) [30]. Sendo assim, os modelos NT1 e NT2 se mostram promissores para emprego em simulações com escoamentos que apresentam não equilíbrio.

Outra diferença que surgiu entre NT1 e NT2 durante os testes, foram as escalas de tempo a serem usadas para cálculo da viscosidade turbulenta. O primeiro modelo emprega a expressão  $C_{\mu}kk_{P}/\varepsilon_{P}$  e o segundo  $C_{\mu}k^{2}/\varepsilon_{T}$ .

As relações necessárias para uso dos modelos NT1 e NT2 obtidas por KLEIN [30] são mostradas nas Tabelas 3.7 e 3.8. Lembrando que as equações de transporte adotadas tanto em NT1 quanto em NT2 são quase idênticas à forma das Equações 3.33 a 3.36, bastando acrescentar o termo  $C'_{P1}k_P\frac{\partial U_l}{\partial x_m}\frac{\partial U_i}{\partial x_j}\epsilon_{lmk}\epsilon_{ijk}$ , já mencionado, à equação de  $\varepsilon_P$  de NT2.

Ademais, para ambos os modelos:

Tabela 3.7: Relações e constantes do modelo NT1 mostradas por KLEIN [30]

$\overline{C_{\mu}}$	$C_{T1}$	$C_{T2}$	$\sigma_{\varepsilon_T}$
$min[0, 115; 0, 023 + 0, 25e^{-0,30\eta}]$	1,6	1,7	1,2181
$C_{P1}$	$C_{P2}$	$\sigma_{arepsilon_P}$	
$max \left[ 1,4921 + 2,5 \frac{min\left(0;\frac{k_P}{k_T} - f_{BL}\right)}{\frac{k_P}{k_T} + f_{BL}};0 \right]$	1,8	1,4282	

Tabela 3.8: Relações e constantes do modelo NT2 mostradas por KLEIN [30]

$\overline{}}$	$C_{T1}$	$C_{T2}$	$\sigma_{arepsilon_T}$
$min[0,09;0,0117+0,22e^{-0,31\eta}]$	1,0	1, 1	1, 1922
$C_{P1}$	$C_{P2}$	$\sigma_{arepsilon_P}$	$C'_{P1}$
$max \left[ 1,5697 + 2,5 \frac{min\left(0; \frac{k_P}{k_T} - f_{BL}\right)}{\frac{k_P}{k_T} + f_{BL}}; 0 \right]$	1,8	1,6664	-0,005

$$\eta = \max \left[ \frac{k}{\varepsilon_T} \sqrt{\frac{1}{2} S_{ij} S_{ij}}; \frac{k}{\varepsilon_T} \sqrt{\frac{1}{2} W_{ij} W_{ij}} \right]$$
(3.37)

$$S_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \tag{3.38}$$

$$W_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \tag{3.39}$$

$$SW = \frac{S_{ij}S_{ij} - W_{ij}W_{ij}}{S_{ij}S_{ij} + W_{ij}W_{ij}}$$
(3.40)

Especificamente para o modelo NT1:

$$f_{BL} = 3,6(1 - f_1 + f_2) (3.41)$$

$$f_1 = 1, 7\left(\frac{k_P}{k_T} - 1\right) min\left(\frac{P_k}{\varepsilon_T} - 1; 9, 0\right) max\left(\frac{\varepsilon_P}{\varepsilon_T} - 1; 0\right)$$
 (3.42)

$$f_2 = 20max \left[ \frac{k_P}{k_T} max \left( \frac{\varepsilon_P}{\varepsilon_T} - 1; 1, 0 \right) SW; 0 \right]$$
 (3.43)

Por fim, especificamente para NT2:

$$f_{BL} = 3,7(1 - f_1 + f_2) (3.44)$$

$$f_1 = 5, 4\left(\frac{k_P}{k_T} - 1,3166\right) \min\left(\frac{P_k}{\varepsilon_T} - 1,9;0\right) \max\left(\frac{\varepsilon_P}{\varepsilon_T} - 1;0\right)$$
(3.45)

$$f_2 = 11min \left[ 1, 8; max \left[ \frac{k_P}{k_T} max \left( \frac{\varepsilon_P}{\varepsilon_T} - 1, 1; 0 \right) SW; 0 \right] \right]$$
 (3.46)

#### 3.2.7 Modelos a seis equações ou de Tensores de Reynolds

Os modelos de Tensores de Reynolds ou a seis equações resolvem uma equação de transporte para cada componente do tensor de Reynolds, totalizando seis novas equações de transporte a serem resolvidas. Com isso, não é mais necessário o emprego da hipótese de Boussinesq, sendo retiradas as limitações por ela impostas.

Os modelos são desenvolvidos a partir de  $\frac{D\overline{u_iu_j}}{Dt} = \overline{u_j\frac{Du_i}{Dt}} + \overline{u_i\frac{Du_j}{Dt}}$ . Os termos do lado direito são obtidos a partir da subtração da equação instântanea de Navier-Stokes da equação RANS, multiplica-se o resultado por  $u_j$  ou  $u_i$ , dependendo do termo a que se refere, soma-se os dois, e aplica-se a média temporal no resultado dessa soma para obtenção da Equação 3.47.

$$\frac{D\overline{u_iu_j}}{Dt} = P_{ij} + \Phi_{ij} - \varepsilon_{ij} + D_{ijk} \tag{3.47}$$

$$P_{ij} = -\left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}\right)$$
(3.48)

$$\Phi_{ij} = \frac{\overline{p} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)}{(3.49)}$$

$$\varepsilon_{ij} = 2\nu \frac{\overline{u_i} \frac{u_j}{x_k}}{x_k} \tag{3.50}$$

$$D_{ijk} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} \right) - \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \overline{p u_i} \delta_{jk} + \overline{p u_j} \delta_{ik} + \overline{u_i u_j u_k} \right)$$
(3.51)

Dos termos apresentados na Equação 3.47, somente o representado por  $P_{ij}$ , relativo à produção de energia cinética turbulenta, responsável por fornecer energia ao sistema, é o único que não precisa ser modelado. Os restantes:  $\Phi_{ij}$  associado à redistribuição de energia ,  $D_{ijk}$  à difusão (precisa-se modelar somentes os termos associados à difusão turbulenta) e  $\varepsilon_{ij}$  à dissipação de energia.

O termo mais simples a ser modelado geralmente é o  $\varepsilon_{ij}$ , o qual é considerado isotrópico e associado à dissipação de energia cinética tubulenta,  $\varepsilon$ , da forma:  $\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3}\varepsilon\delta_{ij}$ . Os modelos de tensores de Reynolds testados nesse trabalho, LRR [43], Gibson e Launder [44] e SSG [45], fazem essa assunção. Isso leva à necessidade de mais uma equação de transporte a ser resolvida nesses modelos, para  $\varepsilon$ , com sua forma geral semelhante à exibida pela Equação 3.52.

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k - c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \nu \delta_{lk} + C_{\varepsilon} \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_l} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_l} \right]$$
(3.52)

O termo  $D_{ijk}$  é geralmente aproximado pela hipótese generalizada do gradiente de difusão [46] apresentado na Equação 3.53.

$$D_{ijk} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \nu + C_s \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_l} \right) \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l} \right]$$
 (3.53)

O maior diferencial entre os modelos de turbulência é a modelagem do termo  $\Phi_{ij}$ . Em geral, ele é subdividido em outros três termos:  $\Phi_{ij} = \Phi_{ij_1} + \Phi_{ij_2} + \Phi_{ij_{parede}}$ . O  $\Phi_{ij_1}$  está associado à interação entre os tensores de Reynolds,  $\Phi_{ij_2}$  à interação entre turbulência e o fluido médio e  $\Phi_{ij_{parede}}$  está relacionado à melhoria da predição próxima à parede.

Quanto aos modelos empregados nesse estudo, tanto o LRR quanto o Gibson e Launder apresentam modelagem para os termos  $\Phi_{ij_1}$  e  $\Phi_{ij_2}$  idênticas ([43] [44]).  $\Phi_{ij_1} = -C_1 \frac{k}{\varepsilon} \left( \overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right)$ , o qual trata somente de interações turbulênciaturbulência e  $\Phi_{ij_2} = -C_2 \left( P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P \right)$ , que está associado às interações entre as escalas turbulentas e as escalas médias. O Gibson e Launder ainda possui termos referentes ao fenômeno de empuxo dentro da modelagem de  $\Phi_{ij}$ , porém esses não são implementados no OpenFOAM, e não interferem no escoamento em hidrociclones, cujo campo gravitacional é desprezível frente ao centrífugo que é gerado devido ao movimento do fluido.

Contudo, nos estudos realizados por LAUNDER et al. [43], ele notou que nas regiões próximas à parede, a anisotropia em certos escoamentos aumentava, mas a tensão turbulenta cisalhante diminuía, o que o levou a propor o termo  $\Phi_{ij_{parede}}$ , um termo de reflexão associado aos dois já citados, responsável por fazer a redistribuição de energia nessa condição. GIBSON e LAUNDER [44] também adicionaram a seu trabalho o termo relativo à predição mais acurada nas regiões que sofrem influência dos efeitos de parede. As Equações 3.54 e 3.55 representam esses termos para os modelos LRR e Gibson e Launder respectivamente.

$$\Phi_{ijparedeLRR} = \left[0, 125 \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}\right) + 0,0115 \left(P_{ij} - D_{ij}\right)\right] \frac{k^{1,5}}{\varepsilon x_2}$$
(3.54)

Em que  $x_2$  é a distância normal entre a célula e a superfície e  $D_{ij} = -\left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i}\right).$ 

$$\Phi_{ijparedeGL} = C'_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \left( \overline{u_k u_m} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_k u_i} n_k n_j - \frac{3}{2} \overline{u_k u_j} n_k n_i \right) f 
+ C'_{\varepsilon 2} \left( \widetilde{\Phi}_{km} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \widetilde{\Phi}_{ik} n_k n_j - \frac{3}{2} \widetilde{\Phi}_{jk} n_k n_i \right) f$$
(3.55)

Sendo  $\widetilde{\Phi}_{ij} = P_{ij} - \frac{1}{3}\delta ij P_{kk}, f = \frac{C_{\mu}^{0,75}k^{1.5}}{\kappa y\varepsilon}$ , y a distância normal à parede e  $\kappa$  é 2,5. Quanto à implementação do LRR e Gibson e Launder no OpenFOAM, vale ressaltar que o termo difusivo é aproximado somente por  $D_{ijk} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ (\nu + \alpha_R \nu_t) \frac{\partial \overline{u_k u_j}}{\partial x_i} \right]$ , sendo  $\nu_t = C_{\mu} \frac{k^2}{\varepsilon}$ . O  $C_{\mu}$  é igual ao modelo  $k - \varepsilon$  padrão para o LRR e o Gibson e Launder, tal qual  $c_{\varepsilon 1}$  e  $c_{\varepsilon 2}$ . Contudo  $\alpha_R$  é igual a 1,0 para o LRR e 1,22 para Gibson e Launder. As constantes que faltam para os dois modelos são exibidos na Tabela 3.9.

Tabela 3.9: Constantes que faltam para determinar modelos LRR e Gibson e Launder

Modelo	$C_1$	$C_2$	$C_{\varepsilon}$	$C_s$	$C'_{\varepsilon 1}$	$C'_{\varepsilon 2}$
LRR	1, 5	0, 6	0, 15	0, 11	_	_
Gibson e Launder	1,8	1, 6	0, 18	0, 22	0, 5	0,3

Por fim, para esse tipo de modelagem, é abordado o modelo SSG apresentado por SPEZIALE et al. [45]. Sua diferença em relação aos modelos de tensores de Reynolds supracitados é a adição de termos quadráticos no que tange ao tensor anisotropia para caracterização do termo  $\Phi_{ij}$ , Equação 3.56.

SPEZIALE et al. [45] obteve tal relação a partir do estudo de argumentos invariantes e a abordagem de sistema dinâmicos. São mostrados por SPEZIALE et al. [45] bons resultados para uma série de escoamentos cisalhantes homogêneos. Contudo, não foram alcançados resultados satisfatórios para o caso de escoamentos cisalhantes turbulentos rotacionais.

$$\Phi_{ij} = -\left(C_1 + C_1^* \frac{P_k}{\varepsilon}\right) b_{ij} f$$

$$+ C_2 \varepsilon \left(b_{ik} b_{kj} - \frac{1}{3} b_{mn} b_{mn} \delta_{ij}\right) f$$

$$+ (C_3 - C_3^* \sqrt{A}) k s_{ij} f$$

$$+C_4k\left(b_{ik}s_{jk} + b_{jk}s_{ik} - \frac{2}{3}b_{mn}s_{mn}\delta_{ij}\right) + C_5k(b_{ik}w_{jk} + b_{jk}w_{ik})$$
(3.56)

Sendo  $b_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}}{2k}$ , o tensor anisotropia,  $A = b_{ij} b_{ij}$ , o tensor invariante,  $s_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$  e  $w_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$ .

Os outros termos que necessitam ser modelados o são da mesma maneira supracitada para os modelos LRR e Gibson e Launder.

As constantes necessárias para caracterizar o modelo SSG são exibidas na Tabela 3.10.

Tabela 3.10: Constantes que caracterizam o modelo SSG

$C_1$	$C_1^*$	$C_2$	$C_3$	$C_3^*$	$C_4$	$C_5$	$C_s$	$C_{\varepsilon}$	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$
3, 4	1,8	4, 2	0, 8	1, 3	1,25	0, 4	0,22	0, 18	1,44	1,83

#### 3.2.8 Função de parede

As funções de parede são aplicadas nos modelos chamados de alto número de Reynolds, categoria da qual fazem parte todos os modelos já apresentados. Elas são empregadas, pois tais modelos negligenciam os efeitos devido à proximidade da parede, uma vez que é necessária uma malha muito refinada para capturar tais efeitos. Nessa região, há elevados gradientes de velocidade, assim como acentuadas variações na produção de energia cinética turbulenta,  $P_k$ , e na dissipação viscosa,  $\varepsilon$ . Sendo assim, para alguns escoamentos, a resolução da parede pode ser fundamental para a correta predição da fisíca do mesmo.

A região próxima à parede usualmente é dividida em três partes [27]: subcamada viscosa, onde o transporte por difusão é predominante; camada de amortecimento, em que os transportes difusivo e viscoso são da mesma ordem de magnitude; região turbulenta, em que o transporte turbulento é predominante. Em geral, elas são caracterizadas pelo valor do parâmetro adimensional  $y^+$ , Equação 3.57. A primeira região é válida para valores de  $y^+$  menores que 5, a segunda entre 5 e 30 e a última entre 30 e 200 [27].

$$y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu} \tag{3.57}$$

Sendo  $u_{\tau}$ , a velocidade de fricção definida como  $\sqrt{\frac{\tau_{\omega}}{\rho}}$ , e  $\tau_{\omega}$  é a tensão na parede. A função de parede propriamente dita é aquela aplicada para a região turbulenta, log law, a qual tem uma das suas formas de obtenção mostrada por WILCOX [31] a partir da análise de pertubação na camada limite, e é representada pela Equação 3.58. Por isso, o primeiro nó deve ser posicionado com o valor de  $y^+$  entre 30 e 200.

$$u^{+} = \frac{1}{\kappa} ln(y^{+}) + C \tag{3.58}$$

Em que  $u^+ = \frac{U}{u_\tau}$  e  $\kappa$  é a constante de Von Karman com valor usual de 0,41.

Todavia, a relação anterior pode levar a valores fisicamente errados [30], pois sempre que a tensão na parede é zero, a viscosidade turbulenta também o é,  $\nu_t = \kappa y u_\tau$ . Por isso, a forma apresentada pela Equação 3.58 muitas vezes é reescrita tendo  $C_\mu^{1/4} k^{1/2}$  como escala de velocidade, não a velocidade de fricção. Essa nova relação é mostrada pela Equação 3.59.

$$U^* = \frac{1}{\kappa^*} ln(E^* y^*) \tag{3.59}$$

Em que  $U^* = \frac{Uk^{0,5}}{u_{\tau}^2}$ ,  $y^* = \frac{yk^{0,5}}{\nu}$ ,  $\kappa^* = C_{\mu}^{0,25}\kappa$  e  $E^* = C_{\mu}^{0,25}E$ , sendo E a constante da  $\log law$  usualmente igual a 9 [30].

A energia cinética turbulenta é calculada para o primeiro nó geralmente.  $P_k$  e  $\varepsilon$  em geral têm valores médios, pois variam muito na região próxima à parede, ambos mudam dependendo da função de parede, constituindo a principal diferença entre elas.

Por fim, para os modelos de múltiplas escalas de tempo,  $k_P$  assume a função de k das funções de paredes usuais e o  $k_T$  no primeiro nó é obtido a partir da relação  $\frac{k_P}{k_T}$ , estimada pelo modelo para camadas limite com gradiente de pressão nulo. Ademais, como para escoamentos em equilíbrio  $\varepsilon = \varepsilon_P$ , as funções obtidas para  $\varepsilon$  nos modelos de uma única escala podem ser utilizadas para o cálculo de  $\varepsilon_P$ , e  $\varepsilon_T = \varepsilon_P$ .

#### 3.2.9 Modelos a baixo número de Reynolds

Os modelos a baixos números de Reynolds são aqueles que não fazem uso de funções de parede, ou seja, a região próxima à parede é resolvida. Com isso, há necessidade de malhas mais refinadas nessa região, com  $y^+$  inferior a 1, para serem capturados de

forma precisa todos os efeitos nela presentes. Sendo assim, eles também demandam maior esforço computacional em relação aos modelos de alto número de Reynolds.

O primeiro exemplo que pode ser citado é o modelo a duas equações apresentado por WILCOX [47], também conhecido como  $k - \omega$ . O  $\omega$  representa a dissipação de energia cinética específica ou dissipação de turbulência por unidade de energia e tem dimensão inversa à do tempo.

Esse modelo utiliza a hipótese de Boussinesq para a caracterização dos tensores de Reynolds, implicando nas mesmas limitações já mencionadas impostas por ela. Contudo, a viscosidade turbulenta é calculada como  $\nu_t = \gamma^* \frac{k}{\omega}$ . As equações de transporte para k e  $\omega$  são apresentadas nas Equações 3.60 e 3.61.

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k - \beta^* \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \nu_t \sigma^*) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]$$
 (3.60)

$$\frac{D\omega}{Dt} = \gamma \frac{\omega}{k} P_k - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \nu_t \sigma) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right]$$
 (3.61)

Sendo  $\omega = \frac{\varepsilon}{\beta^* k}$  e as constantes do modelo:  $\beta = 3/40$ ;  $\beta^* = 9/100$ ;  $\gamma = 5/3$ ;  $\gamma^* = 1$ ;  $\sigma = 1/2$ ;  $\sigma^* = 1/2$ .

WILCOX [47] mostrou que o modelo  $k-\omega$  é mais adequado para escoamentos que apresentam gradiente de pressão adverso, dentre os quais: camadas-limite com gradiente de pressão adverso, camadas-limite compressíveis e escoamentos cisalhantes livres. Vale ressaltar que a maior acurárica do  $k-\omega$  para esses escoamentos ocorre justamente por ele não aproximar a região próxima à parede por funções de parede [47]. Além disso, como  $\omega$  tende a infinito na parede, próximo a ela,  $\omega$  é calculado pela solução analítica do mesmo nessa região.

Todavia, existem algumas outras limitações no que tange ao modelo  $k-\omega$ . Elas são listadas por MENTER [48] como: a não predição do comportamento assintótico conforme se aproxima da parede, uma vez que a importância relativa da viscosidade molecular é muito maior que da viscosidade turbulenta; a falta de acurácia nos perfis de k e  $\varepsilon$  quando comparados com resultados de simulações DNS, mesmo com os valores de viscosidade turbulenta sendo concordantes. Isso pode ser resolvido com a adição de funções de amortecimento. Porém, a maior limitação do modelo  $k-\omega$  reside na região fora da influência da parede, onde  $\omega$  varia de forma um tanto quanto arbritária, característica não demonstrada pelos modelos  $k-\varepsilon$  [48].

Devido a isso, o modelo SST proposto em MENTER [48] busca aliar o melhor

do  $k - \omega$  e do  $k - \varepsilon$  padrão. Isso é feito transformando-se o  $k - \varepsilon$  padrão em uma forma de  $k - \omega$ , que é adicionada ao modelo  $k - \omega$  original multiplicada por uma função de amortecimento,  $(1 - F_1)$ , em que  $F_1$  é 1 nas regiões próximas á parede e vai se transformando em 0 afastado da mesma [48].

Quanto às equações de transporte, a empregada no SST para a energia cinética turbulenta é idêntica à mostrada no  $k-\omega$ . Já a equação para a dissipação de energia cinética específica é mostrada na Equação 3.62. O modelo SST está implementado no OpenFOAM e é testado no presente trabalho.

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{\gamma}{\nu_t} P_k - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \nu_t \sigma) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$$
(3.62)

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega; \sqrt{S} F_2)} \tag{3.63}$$

$$F_1 = \tanh \left[ \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}; \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right); \left( \frac{4\rho \sigma_{\omega 2k}}{C D_{k\omega} y^2} \right) \right] \right]^4$$
 (3.64)

$$F_2 = \tanh \left[ max \left[ \left( \frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}; \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \right] \right]^2$$
 (3.65)

Sendo  $CD_{k\omega} = max \left( 2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} 2(1 - F_1) \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}; 10^{-10} \right);$  y a distância do centróide do volume de controle até à parede;  $S = S_{ij}^2$ .

As constantes que caracterizam o modelo SST são exibidas na Tabela 3.11.

Tabela 3.11: Constantes que caracterizam o modelo SST.

$\sigma_{k1}$	$\sigma_{k2}$	$\sigma_{\omega 1}$	$\sigma_{\omega 2}$	$\gamma_1$	$\gamma 2$
1,176	1,000	2,000	1,1168	0,5532	0,4403
$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta^*$	$\kappa$	$a_1$	$C_{\varepsilon 1}$
0,0750	0,0828	0,09	0,41	0,310	10

Deve ser ressaltado que uma constante  $\phi$  do modelo SST é calculada a partir da

ponderação com a função de amortecimento  $F_1$  dos valores das constantes para os modelos  $k-\omega$  e  $k-\epsilon$  padrão transformados representadas pelos subíndices 1 e 2 respectivamente, excetuando as constantes  $a_1$  e  $C_{\varepsilon 1}$ . Tal relação é  $\phi = F_1\phi_1 + (1-F_1)\phi_2$ . Por sua vez, a constante  $C_{\varepsilon 1}$  é resultado da limitação numérica imposta para o termo de produção na equação de transporte da dissipação de energia cinética específica implementada no OpenFOAM, o que torna esse termo:  $P_{\omega} = min(P_k, C_{\varepsilon 1}\epsilon)$ , em que é representado por  $P_k$  na Equação 3.63 do modelo SST original.

Um outro modelo para baixo número de Reynolds é o  $k-\omega$  SST com correção de curvatura, proposto por SMIRNOV e MENTER [49]. Ele faz uso da função desenvolvida a fim de considerar efeitos de curvatura e rotação por SPALART e SHUR [50], e testada com sucesso para o escoamento rampa (backward facing step) junto a um modelo de uma equação e alto número de Reynolds, ou seja, não foi desenvolvida originalmente para um modelo a duas equações.

Tal modelo faz uso de uma função  $f_{r1}$  (Equação 3.66) que serve para controlar os termos de produção das equações de transporte de k e  $\omega$ , em que a equaçõe transporte para k é multiplicada por  $f_{r1}$ .  $f_{r1}$  faz uso de  $f_{rot}$ , desenvolvida por SPALART e SHUR [50].

$$f_{r1} = max[min(f_{rot}; 1, 25); 0]$$
(3.66)

$$f_{rot} = (1 + C_{r1}) \frac{2r^*}{1 + r^*} [1 - C_{r3} \operatorname{arctan}(C_{r2} \widetilde{r})] - C_{r1}$$
(3.67)

Sendo 
$$r^* = \frac{S}{W}$$
;  $\tilde{r} = 2W_{ik}S_{jk}\left[\frac{\partial S_{ij}}{\partial t} + (\epsilon_{imn}S_{jn} + \epsilon_{jmn}S_{in})W_m^{rot}\right]\frac{1}{\Omega D^3}$ ;  $D^2 = max(S^2; 0, 09\omega^2)$ ;  $W_{rot}$  é a taxa de rotação do sistema de referência.

Importante salientar que SMIRNOV e MENTER [49] afirmam ser necessário adaptar a função para a rotação em relação a SPALART e SHUR [50], pois o original desenvolve tal função com o termo de produção tendo como base o tensor vorticidade enquanto o modelo SST trabalha com o tensor deformação, S, como base para os termos de produção, o qual fornece valores maiores que o primeiro.

As constantes empregadas no modelo  $k-\omega$  SST com correção de curvatura são expostas na Tabela 3.12.

O modelo  $k-\omega$  SST com correção de curvatura foi empregado no presente trabalho tendo como base a implementação mostrada em ALMEIDA [51].

Outro modelo que utiliza a estrutura do SST é o  $k-\omega-\nu^2$  apresentado

Tabela 3.12: Constantes que caracterizam o modelo  $k-\omega$  SST com correção de curvatura.

$$\begin{array}{c|cccc}
C_{r1} & C_{r2} & C_{r3} \\
\hline
1,0 & 2,0 & 1,0
\end{array}$$

por DHAKAL e WALTERS [52], o qual adiciona uma equação de transporte para  $\nu^2$  (Equação 3.68) às duas já existentes no SST tradicional. A variável  $\nu$  é conhecida como velocidade turbulenta transversal, empregada originalmente para melhorar resultados na região próxima à parede em modelos  $k - \varepsilon$  [53]. Contudo, no modelo  $k - \omega - \nu^2$ , DHAKAL e WALTERS [52] ressaltam que a adição da equação de transporte da variável  $\nu$  tem o intuito de considerar os efeitos devido a linhas de corrente curvas e rotação, a qual também aumenta a estabilidade do modelo.

$$\frac{D\nu^2}{Dt} = \frac{\nu^2}{k} P_k - \beta^* \nu^2 \omega + \psi(\eta^2 k - \nu^2) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma_k \frac{\partial \nu^2}{\partial x_j} \right]$$
(3.68)

Sendo  $\psi = C_r \beta^* \omega$  e  $\varepsilon = 0,09k\omega$ .

DHAKAL e WALTERS [52] ainda reforçam que o terceiro termo à direita é o responsável por considerar os efeitos rotacionais e de curvatura, tornando-se zero quando os mesmos não existem, momento no qual a equação de transporte para  $\nu^2$  se torna igual à de k e o modelo  $k - \omega - \nu^2$  fica igual ao SST. Ademais, a viscosidade turbulenta é redefinida no modelo  $k - \omega - \nu^2$  em termos da variável  $\nu$  (Equação 3.69).

$$\nu_t = \frac{C_\mu^{SST}}{\beta^*} \frac{\sqrt{k}\sqrt{\nu^2}}{\omega} \tag{3.69}$$

O termo  $\eta$  presente na Equação 3.68 é um parâmetro que surge ao se relacionar  $\nu^2$  com k a partir da consideração de equilíbrio fraco, na qual é válida a relação  $\nu^2 = \eta^2 k$  [52]. O  $\eta$  pode ser obtido a partir de uma relação com o parâmetro x (Equação 3.70), o qual é definido como  $x = \frac{2}{9} \left(1 - \frac{R}{S}\right)$ . R é a taxa de rotação efetiva definida por  $R = W_{ij} + \epsilon_{mij}\omega_m + \frac{-2}{C_4-2}\epsilon_{mij}\omega_m$  e  $w_m$  é a velocidade angular de rotação do sistema de referência [52]. Ademais, DHAKAL e WALTERS [52] adicionaram uma limitação para  $\eta$  na região próxima à parede (Equação 3.71).

$$\eta = a_5 x^5 + a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \tag{3.70}$$

$$\eta = F_W min(1; \eta) + (1 - F_W)\eta \tag{3.71}$$

Sendo  $F_W = tanh\left[\left(\frac{200\nu}{\omega y^2}\right)^4\right]$ ; y é novamente a distância do centro da célula até a parede.

As constantes necessárias para caracterização do modelo  $k-\omega-\nu^2$  dadas por DHAKAL e WALTERS [52] são exibidas na Tabela 3.13.

Tabela 3.13: Constantes que caracterizam o modelo  $k - \omega - \nu^2$ .

$\overline{a_0}$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
1,0	18,57	112, 0	331, 5	437, 8	147, 5
$C_r$	$\beta_*$	$C_4$			
1,8	0,09	0, 4			

Também para esse modelo foi utilizada como base a implementação no Open-FOAM feita por ALMEIDA [51], inclusive com a definição de viscosidade turbulenta por ele feita,  $\nu_t = \frac{0.31k}{max(0.31\omega; sqrt(SF_2)}$ .

Por fim, ainda podem ser mencionados modelos a baixo número de Reynolds que empregam como equações de transporte a energia cinética turbulenta, k, e a dissipação viscosa,  $\varepsilon$ . Um dos expoentes dessa abordagem é o modelo de Launder e Sharma [54] (Equações 3.72 e 3.73). Uma peculiaridade dele é que a dissipação viscosa,  $\varepsilon$ , é reecrista na forma  $\widetilde{\varepsilon} = \varepsilon - 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j}\right)^2$ . Tal formulação faz com que a condição de contorno para  $\widetilde{\varepsilon}$  seja zero na parede.

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k - \widetilde{\varepsilon} - 2\nu \left(\frac{\partial\sqrt{k}}{\partial x_j}\right)^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right]$$
(3.72)

$$\frac{D\widetilde{\varepsilon}}{Dt} = c_{\varepsilon 1} \frac{\widetilde{\varepsilon}}{k} P_k - c_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\widetilde{\varepsilon}^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial \widetilde{\varepsilon}}{\partial x_j} \right] + E$$
 (3.73)

O termo E (Equação 3.74) foi adicionado à Equação 3.73 por LAUNDER e SHARMA [54] para melhor caracterização da dissipação extra devido aos termos viscosos na região da parede.

$$E = 2\nu \nu_t \left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k x_j}\right)^2 \tag{3.74}$$

Já o  $f_2$  (Equação 3.75) também presente na Equação 3.73 é uma das funções de amortecimento propostas por LAUNDER e SHARMA [54] para a resolução da parede. A outra pode ser vista na Equação 3.76 que mostra o cálculo da viscosidade turbulenta pelo modelo de Launder e Sharma.

$$f_2 = 1, 0 - 0, 3exp(-Re_t^2)$$
 (3.75)

$$\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\widetilde{\varepsilon}} \tag{3.76}$$

$$f_{\mu} = exp\left[\frac{-3, 4}{\left(1 + \frac{Re_{t}}{50}\right)^{2}}\right]$$
 (3.77)

O  $Re_t$  é conhecido como número de Reynolds turbulento e definido como  $\frac{k^2}{\nu \tilde{\varepsilon}}$ . As constantes restantes do modelo tem valor igual ao mostrado para o k- $\varepsilon$  padrão. O modelo de Launder e Sharma conforme apresentado pelas Equações 3.72 e 3.73 corresponde à forma como está implementado no OpenFOAM. Contudo, KLEIN [30] menciona o termo conhecido como Yap correction,  $Y_c$ , o qual é somado ao lado direito da Equação 3.73 e não foi desenvolvido por LAUNDER e SHARMA

[54]. KLEIN [30] ressalta que ele funciona como uma correção para a escala de comprimento e melhora a predição de escoamento em condições de não equilíbrio.

$$Y_c = \max \left[ 0,83 \frac{\tilde{\varepsilon}^2}{k} \left( \frac{k^{1,5}}{2,5\tilde{\varepsilon}y} - 1 \right) \left( \frac{k^{1,5}}{2,5\tilde{\varepsilon}y} \right)^2; 0 \right]$$
 (3.78)

## 3.3 Simulações de hidrociclones empregando fluidodinâmica computacional

No que tange aos modelos de turbulência adotados por outros trabalhos sobre simulação de ciclones ou hidrociclones empregando a fluidodinâmica computacional, pode-se dizer que a maior parte faz uso de modelos de tensores de Reynolds (RSM) que empregam funções de parede, em detrimento dos modelos a duas equações e alto número de Reynolds, principalmente o  $k - \varepsilon$  padrão, um dos mais testados.

Para exemplificar, cita-se o estudo de DELGADILLO e RAJAMANI [8], no qual são simulados os modelos RSM, RNG  $k-\varepsilon$  e o LES (não é um modelo RANS) em um hidrociclone, em que os melhores resultados foram fornecidos pelo LES, com a ressalva de ser muito custoso computacionalmente. Ademais, os erros relativos aos dados fornecidos pelo modelo RSM foram bastante inferiores ao RNG  $k-\varepsilon$ . Esse trabalho corrobora o feito anteriormente por SLACK et al. [7], em que eles encontraram bons resultados para os modelos RSM e LES em ciclones, destacando a necessidade dos modelos representarem adequadamente anisotropia e efeitos de não equílibrio, em virtude do escoamento com fluidos em rotação e camada limite tridimensional com linhas de corrente curvas em ciclones, para a obtenção de resultados satisfatórios via CFD.

Para corroborar os bons resultados obtidos em ciclones ou hidrociclones a partir de simulações CFD, alguns outros trabalhos podem ser mencionados [9], [10], [55], [56], [57], [58]. A maior parte das simulações são bifásicas em contraste às monofásicas do presente trabalho. Contudo, vale destacar a eficiência de sepração obtida de 0,985 com um modelo RSM muito próxima aos 0,9998 experimentais mostrado em MOKNI et al. [55]. CUI et al. [56] e DAVAILLES et al. [58] exibem bons resultados de simulações empregando modelos RSM quando comparados perfis de velocidade tangencial, componente mais importante para a separação, simulados e experimentais. VAKAMALLA et al. [57] apresentaram bons resultados para a eficiência granulométrica ao comparar-se dados simulados com modelos RSM e experimentais. Por fim, ELSAYED [59] mostrou a concordância entre dados experimentais e simulados para ciclones nos perfis de velocidade tangencial e axial empregando o modelo SSG.

Em contrapartida, três estudos alegaram que os modelos do tipo  $k-\varepsilon$  apresentam bom desempenho em simulações CFD de hidrociclones. SHU-LING et al. [60] empregam o  $k-\varepsilon$  padrão em seus estudos, o qual alega ser o melhor, porém não apresenta validação que comprove os bons resultados desse modelo. SURESH et al. [61] selecionam um modelo  $k-\varepsilon$  modificado presente no Fluent para efetuar suas simulações, mas não especifica o modelo e também não mostra validação do mesmo. RAZIYEH e ATAALAH [62] adotaram o RNG  $k-\varepsilon$  como modelo de turbulência em suas simulações multifásicas e exibiram resultados concordantes entre dados simulados e dados experimentais para as curvas de distribuição de tamanho de partículas no overflow e no underflow.

Todavia, nenhum dos trabalhos supracitados que fazem referência a simulações CFD de ciclones ou hidroclones, as fizeram no OpenFOAM, um indicativo que ainda falta validação para esse tipo de estudo nesse software. Dentre os trabalhos nesse software, pode-se mencionar SAQR et al. [63] que comparou os modelos de turbulência  $R_{\varepsilon}/k - \varepsilon$  e  $k - \varepsilon$  padrão com dados experimentais, em que se notou que ambos apresentavam comportamento qualitativo parecido. Já SAIDI et al. [64] têm como objetivo comparar os resultados de LES com os experimentais em hidrociclones, porém eles utilizam resultados do modelo LRR como condição inicial para o modelo LES. Nele, observa-se que qualitativamente o modelo LRR no OpenFOAM se comporta razoavelemnte bem quanto ao perfil de velocidade tangencial quando comparado aos dados experimentais, porém exibe resultados ruins quantitativamente. Finalmente, PIRKER et al. [65] testaram somente um modelo LES para um ciclone no OpenFOAM, não tendo apresentado nenhum resultado em modelos que sejam baseados na abordagem RANS.

No tocante ao restante das configurações, destacam-se como referência aquelas empregadas por ALMEIDA [51] na simulação de uma válvula ciclônica no Open-FOAM. Ele selecionou o solver pimpleFOAM, empregando esquemas de segunda ordem para a discretização da maior parte dos termos advectivos, gradientes e laplacianos. Nos termos temporais, fez-se uso do esquema de Euler implícito, que é de primeira ordem. Deve-se ressaltar que no presente trabalho, tal modelagem deve ser mudada o mínimo possível, deixando que a diferença nos resultados seja fruto apenas dos diferentes modelos de turbulência testados.

## Capítulo 4

## Materiais e Métodos

#### 4.1 Materiais

Todas as etapas necessárias para a execução desse trabalho CFD, confecção de malha, processamento e pós-processamento, foram efetuadas em microcomputadores com processadores intel *quad-core* i7 de 3,40 GHz, memória RAM de 8 GB e memória física de 800 GB. Também auxiliaram no processamento microcomputadores com processadores *quad-core* com 2,33 GHz, 4GB de memória RAM e 800 GB de memória física, além de um *head node* de um *cluster*, com 32 processadores Xeon de 2,60 GHz, com memória de 62,4 GB e memória física de 260 GB.

Quanto aos softwares empregados no estudo, no ICEM CFD 15.0 foram confeccionadas as malhas, no OpenFOAM 2.2.2 foi efetuado o processamento e no ParaView 3.12.0 foi feito o pós-processamento.

#### 4.2 Métodos

#### 4.2.1 Geometria

A geometria empregada no trabalho é a mesma do hidrociclone desenvolvido por BRAGA [11], a qual foi otimizada com o auxílio das técnicas de planejamento de experimento, para a separação de água-óleo, com teor de 1% de volume em óleo. O equipamento possui duas entradas conforme seu desenho esquemático mostrado pela Figura 4.1 e caracterizado pela Tabela 4.1. A geometria foi feita no Design Modeler 12.1.

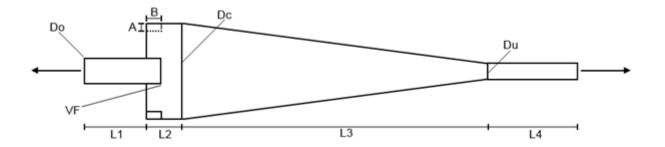


Figura 4.1: Desenho esquemático do hidrociclone empregado no trabalho. (Adaptado de BRAGA [11])

Tabela 4.1: Caracterização do hidrociclone estudado.

Geometria	Dimensões (mm)
Diâmetro do cilindro (Dc)	40
Comprimento da entrada (A)	5
Altura da entrada(B)	23
Comprimento do vortex finder (VF)	48
Comprimento da seção cilíndrica (L2)	72
Comprimento da seção cônica (L3)	810
Espessura da parede	1
Comprimento do tubo de overflow (L1)	50
Comprimento do tubo de undeflow (L4)	64
Comprimento do tubo de entrada	40
Diâmetro do overflow (Do)	10
Diâmetro do underflow (Du)	15

#### 4.2.2 Malhas

Da mesma forma que a geometria, a primeira malha empregada no trabalho (malha base), usada nas simulações com os modelos de turbulência a alto número de Reynolds, foi confeccionada por BRAGA [11] no software ICEM CFD 12.1. Ela foi obtida a partir de um teste de independência de malha, sendo hexaédrica, não estruturada e apresentando aproximadamente 800 mil nós, o qual fez simuçações CFD com as mesmas condições operacionais que o presente trabalho.

Outra malha foi produzida no ICEM CFD 15.0 a partir da mencionada anteriormente a fim de diminuir o valor do  $y^+$  no nó adjacente à parede (efeito discutido no próximo capítulo) e torná-la adequada para as simulações com os modelos de turbulência a baixo número de Reynolds. A malha 1 foi feita com aproximadamente 1,5 milhão de nós. As malhas com seus respectivos número de nós aproximados estão representados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Malhas empregadas no estudo e seus respectivos número de nós aproximado.

Malha	Número de nós aproximado
Base [11]	800 mil
1	1,5 milhão

As duas malhas seguiram os critérios estabelecidos pelo OpenFOAM, segundo a utilidade CheckMesh. Em seus testes, destacam-se: a razão de aspecto (aspect ratio), a qual está associada à razão entre as arestas dos elementos da malha, avaliando se elementos adjacentes não apresentam desproporção de tamanho. É melhor quanto mais se aproximar de 1,0; a não ortogonalidade (mesh non-orthogonality), que mede o ângulo entre a linha conectando o centro de duas células e o vetor normal à face comum entre elas, avaliando o alinhamento da malha com o escoamento. Quanto mais próximo de zero esse ângulo, melhor a malha; o skewness, o qual mede a distância entre a interseção da linha que liga o centro de dois elementos adjacentes e a célula comum a eles, e o centro dessa face. Este é um critério que agrega tanto aspectos da razão de aspecto quanto da não ortogonalidade. Quanto menor seu valor, melhor é considerada a malha. Segundo o CheckMesh, a malha base apresentou razão de aspecto máxima aproximadamente de 128,0, não ortogonalidade média de 5,57 e máxima de 70 para uma face e skewness máximo de 0,83. No caso da malha 1, observou-se razão de aspecto máxima de 90,3, não ortogonalidade média de 4,96, existindo 46 faces com não ortoganilidade maior que 70, sendo o valor de máximo de 71,1, e o skewness máximo foi de 1,68.

A construção da malha apresenta dificuldades em certas regiões, especialmente a transição entre o tubo de entrada e o corpo do hidrociclone, em que há dificuldades na interface entre as duas regiões e, geralmente, muitos elementos de baixa qualidade segundo os critérios supracitados estão lá.

A Figura 4.2 mostra a malha base em duas perspectivas: superior e longitudinal.

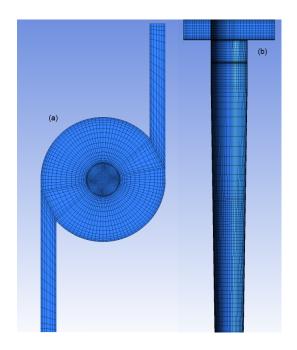


Figura 4.2: Malha base em duas perspectivas: a) superior; b) longitudinal.

# 4.3 Configuração das simulações e metodologia de análise de resultados

#### 4.3.1 Validação dos modelos implementados

Os modelos implementados nesse trabalho, NT1, NT2 e  $k-\varepsilon$  com  $C_{\mu}$  variável desenvolvidos por KLEIN [30], e o  $k-\varepsilon$  com correção de curvatura presente no software comercial Fluent baseado no modelo proposto por SMIRNOV e MENTER [49] para o SST, os quais não são disponibilizados pela versão 2.2.2 do OpenFOAM, foram validados com os dados de simulação numérica direta (DNS) para o escoamento completamente desenvolvido em um canal 2D apresentado por ABE et al. [66]. O caso comparado foi aquele que apresenta número de Reynolds ( $Re = \frac{hU_c}{\nu}$ ) igual a 41441.  $U_c$  é a velocidade máxima alcançada no escoamento e h é a altura do canal.

A geometria simulada era retangular e os estudos foram conduzidos com o solver simpleFOAM do OpenFOAM, o qual faz simulações estacionárias e emprega o método SIMPLE para o acopíamento pressão velocidade.

O fluido simulado apresenta densidade igual a 1, sendo a viscosidade dinâmica igual a  $\frac{1}{Re}$ , uma vez que a altura do canal é de 1 m e  $U_c$  é de 1  $m.s^{-1}$ .

Quanto às condições de contorno, foi selecionada a opção periódica para entradas e saídas (cyclic no OpenFOAM), sendo especificada a variável Ubar, velocidade média, como  $0,92~m.s^{-1}$  na direção do escoamento e 0 nas outras. Às paredes, foi estabelecida a condição de aderência. Como inicialização, foram adotados os valores

sugeridos por KLEIN [30], sendo a velocidade 1,0  $m.s^{-1}$  na direção x e 0 nas outras,  $k=1,5(UI)^2,~I$  é a intensidade turbulenta igual a 6%. Nas simulações para NT1 e NT2,  $k_P$  e  $k_T$  têm seus valores iniciais dados a partir de suas razões,  $\frac{k_P}{k_T}=3,6$  para NT1 e  $\frac{k_P}{k_T}=3,7$  para NT2, resultado das simulações para o caso de camada limite com gradiente de pressão nulo conduzidos por KLEIN [30].  $\varepsilon$  foi calculado a partir da relação  $\frac{C_\mu k k_T}{5\nu}$ , de modo que  $\frac{\nu_t}{\nu}=5$ , sendo o valor obtido para NT1 mantido para todos os modelos.

Na modelagem matemática, foi escolhida a opção de discretização por diferenças centrais para os termos gradiente, upwind com a opção bounded do OpenFOAM para os termos advectivos, exceto o termo para a tensão viscosa que foi discretizado por diferenças centrais, e para os termos laplaciano foi realizada a discretização por diferenças centrais com a opção corrected do OpenFOAM, opção de segunda ordem, conservativa, porém sem a restrição de ser limitado pelo seus valores de contorno (unbounded), ou seja, não é desenvolvido de forma exigir que o valor de um certo  $\phi$  em um nó seja necessariamente limitado pelo valor dos nós adjacentes. A interpolação selecionada foi linear.  $\varepsilon_P$  foi mantido igual ao valor de  $\varepsilon_T$  na inicialização.

A tolerância dos solvers foi estabelecida como  $1,0*10^{-6}$  para a pressão e  $1,0*10^{-5}$  para as outras variáveis. Quanto ao resíduo do método SIMPLE, foi selecionado como  $1,0*10^{-4}$  para pressão,  $1,0*10^{-5}$  para a velocidade e  $1,0*10^{-3}$  para o restante. Foram feitas 2000 iterações para todos os casos.

Quanto à avaliação dos resultados, foram comparados os perfis de  $u^+$  versus  $ln(y^+)$ ,  $\overline{uv}^+$  versus Y/H,  $k^+$  versus Y/H e  $\varepsilon^+$  versus Y/H.  $\overline{uv}^+$ ,  $k^+$  e  $\varepsilon^+$  são, números adimensionais definidos a seguir (Equações 4.1, 4.2 e 4.3).

$$\overline{u}\overline{v}^{+} = \frac{\overline{u}\overline{v}}{u_{\tau}^{2}} \tag{4.1}$$

$$k^{+} = \frac{k}{u_{\tau}^2} \tag{4.2}$$

$$\varepsilon^{+} = \frac{\varepsilon \nu}{u_{\tau}^{4}} \tag{4.3}$$

#### 4.3.2 Simulação dos hidrociclones

Nas simulações de hidrociclones, inicialmente tentou-se empregar o solver simple-FOAM do OpenFOAM para a condução dos experimentos de forma estacionária. Contudo, ele não se mostrou robusto o suficiente para efetuar todas as simulações. Sendo assim, todas os casos estudados no trabalho foram simulados de forma transiente com o solver pimplefoam do OpenFOAM. Todavia, o interesse está quando o regime alcançado pelo escoamento é estatisticamente estacionário.

Apesar da abordagem RANS utilizada fornecer diretamente as componentes médias, as simulações executadas são transientes, tem-se uma componente média, que varia com o tempo. Sendo assim, a avaliação da chegada ao regime estatisticamente estacionário de escoamento foi feita com base nas médias temporais, em que ele foi atingido quando não mais ocorria variação do perfil de velocidade tangencial com o tempo. ALMEIDA [51] faz a mesma abordagem em seu trabalho para válvulas ciclônicas, baseado na Equação 4.4 para a média temporal de uma certa variável  $\hat{\phi}$ .

$$\phi(t_i, t_f) = \frac{1}{t_i - t_f} \int_{t_i}^{t_f} \hat{\phi}(t) dt$$
(4.4)

 $t_i$  e  $t_f$  são os tempos inicial e final do intervalo considerado para a obtenção da média.

Inicialmente, foi estabelecido um tempo de simulação de 1, 1385 s de operação do equipamento, próximo ao empregado por BRAGA [11] em suas simulações no Fluent. Com isso, as médias para avaliação do regime são obtidas, mantendo-se o tempo final fixo,  $t_f = 1,1385$  s, e o tempo inicial variável, com intervalo de 0,38 s, a partir do tempo inicial. Entretanto, foi observado que para alguns modelos esse tempo não era o suficiente para alcançar o regime estatisticamente estacionário. Com isso, foi necessário aumentar o tempo final de simulação, sempre acrescentando 0,38 s ao tempo final anterior e obtendo as médias para avaliação a partir desse novo tempo final.

As simulações conduzidas foram monofásicas, em que foram adotadas as propriedades físicas da água utilizada nos experimentos conduzidos por BRAGA [11] com viscosidade cinemática de  $8,53*10^{-7}~m^2.s^{-1}$ .

Nas condições de contorno, foi configurada velocidade de entrada de  $6,95~m.s^{-1}$  em cada uma das entradas e pressão atmosférica nas duas saídas, superior e inferior,  $1~\rm{atm}$ .

As variáveis turbulentas,  $k \in \varepsilon$ , foram inicializadas a partir da assunção de 5%

de intensidade turbulenta com as relações  $k=1,5(IU^2)$  e  $\varepsilon=\frac{C_\mu^0,75k^1,5}{l}$ . O I é própria intensidade turbulenta, U é a velocidade de entrada e l é um comprimento característico associado ao comprimento L da entrada, neste caso, adotado como a altura da mesma de 23 mm. Com isso, resultou-se em k de 3,62  $m^2.s^{-2}$  e  $\varepsilon$  de 1010,37  $m^2.s^{-3}$ . Para os modelos NT1 e NT2, foram empregadas as mesmas razões já mencionadas para a validação dos mesmos,  $\frac{k_P}{k_T}=3,6$  para NT1 e  $\frac{k_P}{k_T}=3,7$  para NT2 com o  $\varepsilon$  igual a  $\varepsilon_P$  e  $\varepsilon_T$ . Foram considerados os valores calculados de k e  $\varepsilon$  para o modelo  $k-\varepsilon$  padrão para todos os casos.

No caso dos modelos que utilizam a variável  $\omega$  em detrimento do  $\varepsilon$ , ela foi calculada a partir da relação  $\omega = \frac{\varepsilon}{\beta^* k}$ , já mencionada na seção 3.2.9, em que  $\beta^* = 9/100$ .

No tocante às condições de velocidade, k e  $\varepsilon$  nas saídas, e pressão nas entradas, realizaram-se testes com o modelo  $k-\varepsilon$  padrão para avaliar se interfiria nos resultados a condição de gradiente zero para essas variáveis nessas regiões, zeroGradient no OpenFOAM, ou a condição de inletOutlet do OpenFOAM, semelhante à opção opening do Fluent, empregada por BRAGA [11], segundo a qual o valor da variável é definido na região e a sua direção é calculada pelo solver em cada nó da malha. Foi adotada a condição de gradiente zero (zeroGradient) para o restante das simulações.

Para a parede, adotou-se a condição de aderência, ou seja, velocidade zero na mesma. Ademais, nos modelos a alto número de Reynolds, foi selecionada a função de parede para a região próxima à parede.

No que tange à discretização temporal, não observou-se diferença apreciável para o caso estudado entre o método de Euler implícito, de primeira ordem, e o de Crank Nicolson, de segunda ordem, mais acurado em muito casos. No restante das simulações, adotou-se o modelo de Crank Nicolson.

Para a discretização espacial, utilizou-se como base tanto o trabalho de ALVES [67], o qual fez simulações no software comercial Fluent a fim de projetar hidrociclones para a separação água-óleo, com baixos teores de óleo. Nele, é selecionado o modelo upwind de segunda ordem para os termos advectivos e de mínimos quadrados para os termos gradiente. Tais métodos são semelhantes aos selecionados por ALMEIDA [51] no estudo de uma válvula ciclônica no OpenFOAM.

Com isso, no presente trabalho, para os termos gradiente, foi adotado o método de mínimos quadrados estendido, de segunda ordem, o qual pode ser usado com os valores limitados pela célula que está sendo analisada. Os termos advectivos foram discretizados com método *upwind* de segunda ordem com correção para assegurar que o valor do nó analisado esteja entre os valores dos nós adjacentes (*bounded*). O termo laplaciano foi discretizado com o método de diferenças centrais com adoção de correção para não ortogonalidade (*corrected*). Ademais, foi adotada interpolação linear.

Alguns modelos numéricos empregados no presente trabalho basearam-se em ALMEIDA [51]. Como exemplo, o método do gradiente conjugado precondicionado (PCG no OpenFOAM), tendo como precondicionador o método multigrid geométrico algebraico generalizado (GAMG no OpenFOAM) para a resolução da equação discretizada para a pressão. As outras equações tiveram solução alcançada pelo gradiente biconjugado precondicionado (PBiCG no OpenFOAM), tendo como precondicionador o método de decomposição LU incompleta diagonal.

Foi estabelecido resíduo absoluto de  $1,0*10^{-8}$  para a solução das equações discretizadas. Dentro das configurações do PIMPLE, adotou-se 10 correções externas, 4 internas e 3 para não ortogonalidade. A tolerância absoluta para essas correções internas foi estabelecida como  $1,0*10^{-4}$ .

Quanto ao passo de tempo, deve-se citar o número de Courant, razão entre as velocidade física do escoamento e a velocidade numérica (Equação 4.5), o qual deve ser próximo a 1,0 em muitos casos para que haja garantia de convergência. Contudo, em muitos casos, é difícil garantir o valor unitário devido ao longo tempo de simulação, então assume-se valores maiores desde que se obtenha convergência. Sendo assim, as simulações foram inciadas com passo de tempo baixo,  $1,0*10^{-5}$  s, de forma a ter-se número de Courant máximo menor que 1,0 e foi sendo aumentado de forma gradativa até o passo de tempo de  $1,0*10^{-4}$  s, não tendo o Courant máximo extrapolado o valor de 50,0.

$$Co = \frac{u\Delta t}{\Delta x} \tag{4.5}$$

Em que u é a velocidade do escoamento local,  $\Delta t$  o passo de tempo e  $\Delta x$  o comprimento do elemento da malha.

Os resultados das simulações conduzidas no OpenFOAM para os divesos modelos de turbulência tiveram o perfil de velocidade tangencial nas posições de 14, 8; 31, 0 e 47, 2 cm a partir do topo da seção cilíndrica confrontados com os dados experimentais fornecidos por BRAGA [11] para as mesmas posições. Ademais, esses resultados também foram comparados com os dados simulados no Fluent com o modelo de turbulência Gibson e Launder [44] pelo mesmo BRAGA [11]. Para os modelos com melhor desempenho, também é analisado o erro relativo aos dados experimentais e o perfil de velocidade axial.

## Capítulo 5

## Resultados e Discussão de Resultados

#### 5.1 Validação dos modelos implementados

As Figuras 5.1 e 5.2 representam os modelos NT1 e NT2 implementados neste trabalho e validados com os dados de DNS e do trabalho de KLEIN [30] para o caso de um canal com escoamento completamente desenvolvido.

Na avaliação das duas figuras supracitadas, observa-se que, para ambos os modelos, os perfis de  $u^+$  versus  $ln(y^+)$  na região mais afastada da parede são idênticos aos apresentados por KLEIN [30] e ambos superestimam um pouco os valores das simulações DNS. Contudo, conforme esperado, na região próxima à parede, os modelos NT1 e NT2 não conseguem fornecer o perfil adequado, uma vez que são modelos para altos números de Reynolds, que não resolvem a parede, logo, devem ser usadas as funções de parede. Também para essa região, observa-se diferença entre os valores fornecidos pelo presente trabalho e KLEIN [30], o que pode ser explicado pela malha do presente trabalho ser pouco refinada nessa região, acarretando que os valores próximos à parede fossem calculados por interpolação e não em nós ali posicionados. Essa análise para a região próxima à parede também é válida para os outros perfis analisados:  $\overline{uv}^+$  versus Y/H,  $k^+$  versus Y/H e  $\varepsilon^+$  versus Y/H.

No que tange aos perfis de  $\overline{uv}^+$  para os modelos NT1 e NT2 nas Figuras 5.1 e 5.2, percebe-se que, nas regiões mais afastadas da parede, tanto nos resultados relativos ao trabalho de KLEIN [30] quanto aos do presente trabalho, estes modelos são capazes de reproduzir os dados de DNS nas regiões mais afastadas da parede. Quando comparados os perfis obtidos em KLEIN [30] com os do OpenFOAM, notase que eles estão praticamente sobrepostos. O valor de  $\overline{uv}^+$  não começa em zero, pois o primeiro valor considerado para a construção do perfil não é na parede, mas sim do nó adjacente a ela.

Já os perfis de  $\varepsilon^+$ , para os modelos NT1 e NT2 mostrado nas Figuras 5.1 e 5.2 também mostra os resultados de KLEIN [30] e o presente trabalho concordantes. Ademais, na região mais afastada da parede, ambos se aproximam do perfil obtido via simulações DNS.

Por fim, os perfis de  $k^+$  exibidos nas Figuras 5.1 e 5.2 para os modelos NT1 e NT2 são concordantes quando se compara os resultados de KLEIN [30] com os obtidos no OpenFOAM. Contudo, na comparação com o perfil fornecido pelas simulações DNS, observa-se que só há concordância próximo ao centro do canal. Antes disso, os modelos NT1 e NT2 subestimam o perfil relativo a  $k^+$  proveniente das simulações DNS, porém a diferença é muito pequena. Isso poderia ser resolvido alterando o valor da constante  $\sigma_k$  para os modelos, mas também poderia ser prejudicial no desempenho para outros tipos de escoamento testados por KLEIN [30].

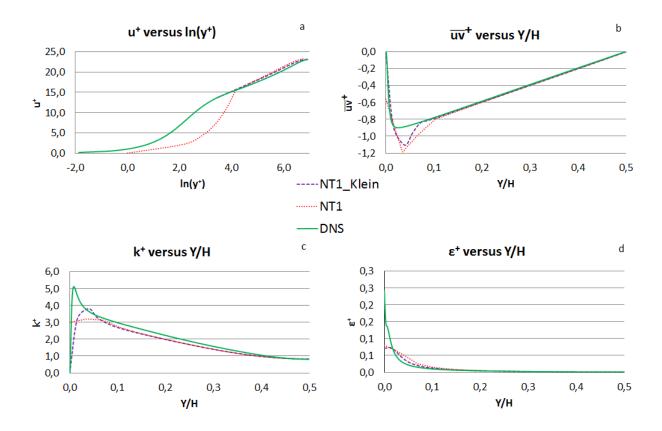


Figura 5.1: Validação da implementação do modelo NT1 no OpenFOAM comparando com dados de DNS e do trabalho de KLEIN [30] (NT1\_Klein) para escoamento completamente desenvolvido em um canal 2D: a)  $u^+$  versus  $ln(y^+)$ ; b)  $\overline{uv}^+$  versus Y/H; c)  $k^+$  versus Y/H; d)  $\varepsilon^+$  versus Y/H.

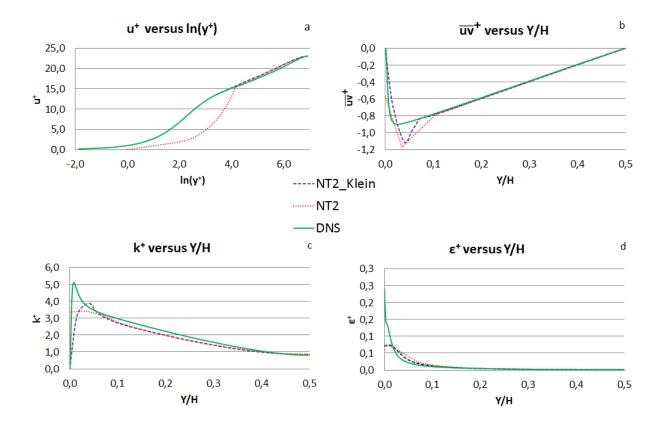


Figura 5.2: Validação da implementação do modelo NT2 no OpenFOAM comparando com dados de DNS e do trabalho de KLEIN [30] (NT2\_Klein) para escoamento completamente desenvolvido em um canal 2D: a)  $u^+$  versus  $ln(y^+)$ ; b)  $\overline{uv}^+$  versus Y/H; c)  $k^+$  versus Y/H; d)  $\varepsilon^+$  versus Y/H.

A Figura 5.3 exibe a validação do modelo  $k-\varepsilon$  com correção de curvatura com dados de DNS através da comparação dos perfis de  $u^+$  versus  $ln(y^+)$ ,  $\overline{uv}^+$  versus Y/H,  $k^+$  versus Y/H e  $\varepsilon^+$  versus Y/H para o caso de um canal com escoamento completamente desenvolvido.

Os resultados obtidos foram semelhantes aos dos modelos NT1 e NT2. Sendo assim, como o  $k-\varepsilon$  com correção de curvatura também é um modelo para altos números de Reynolds, as explicações dadas para os modelos NT1 e NT2 são válidas para o  $k-\varepsilon$  com correção de curvatura no que diz respeito à validação.

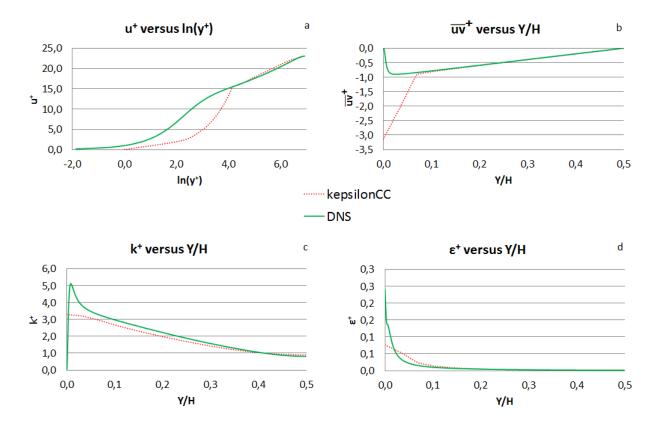


Figura 5.3: Validação da implementação do modelo  $k - \varepsilon$  com correção de curvatura (kepsilonCC) no OpenFOAM comparando com dados de DNS em um canal 2D: a)  $u^+$  versus  $ln(y^+)$ ; b)  $\overline{uv}^+$  versus Y/H; c)  $k^+$  versus Y/H; d)  $\varepsilon^+$  versus Y/H.

A Figura 5.4 mostra a validação do modelo  $k-\varepsilon$  com  $C_{\mu}$  variável com dados de DNS através da comparação dos perfis de  $u^+$  versus  $ln(y^+)$ ,  $\overline{uv}^+$  versus Y/H,  $k^+$  versus Y/H e  $\varepsilon^+$  versus Y/H para o caso de canal com escoamento completamente desenvolvido.

Como os resultados obtidos foram semelhantes aos dos outros modelos testados e o  $k-\varepsilon$  com  $C_{\mu}$  variável é um modelo para altos números de Reynolds, as explicações dadas para os modelos NT1 e NT2 são válidas também para ele.

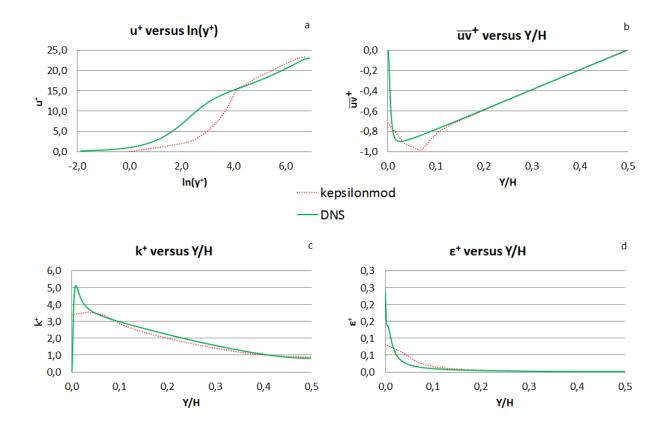


Figura 5.4: Validação da implementação do modelo  $k - \varepsilon$  com  $C_{\mu}$  variável (kepsilonmod) no OpenFOAM comparando com dados de DNS em um canal 2D: a)  $u^+$  versus  $ln(y^+)$ ; b)  $\overline{uv}^+$  versus Y/H; c)  $k^+$  versus Y/H; d)  $\varepsilon^+$  versus Y/H.

Por fim, ainda deve-se ser comentado que foi feita a implementação do modelo de tensores de Reynolds, SSG [45], porém sem sucesso na validação. Devido ao tempo exíguo para realização de todas as outras simulações propostas, a correta implementação e validação desse modelo no OpenFOAM foi postergado para um trabalho futuro.

## 5.2 Resultados das simulações dos hidrociclones

### 5.2.1 Modelos k- $\varepsilon$ padrão, RNG k- $\varepsilon$ e realizable k- $\varepsilon$

Os resultados mostrados na Figura 5.5 comparam os dados experimentais [11] para velocidade tangencial versus raio do hidrociclone estudado com as simulações para os modelos de turbulência k- $\varepsilon$  padrão, RNG k- $\varepsilon$  e realizable k- $\varepsilon$  do programa Open-FOAM 2.2.2 nas posições de 14, 8; 31, 0 e 47, 2 cm a partir do topo da seção cilíndrica.

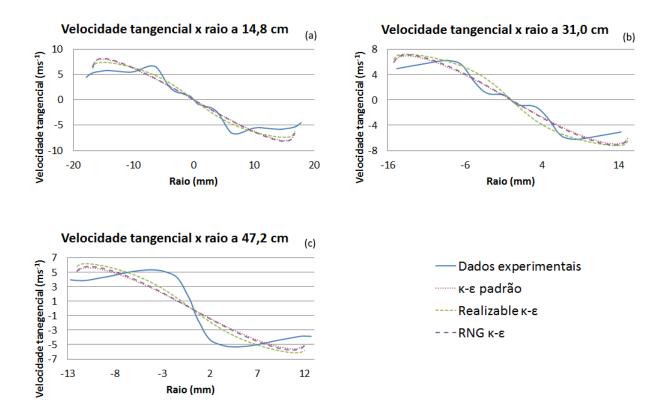


Figura 5.5: Comparação dos dados experimentais [11] com os simulados no Open-FOAM 2.2.2 com os modelos k- $\varepsilon$  padrão, RNG k- $\varepsilon$  e realizable k- $\varepsilon$  nas seguintes posições a partir do topo da seção ciíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm.

Primeiramente, observa-se a partir da Figura 5.5 o comportamento dos perfis de velocidade tangencial para as diversas posições, em que a velocidade aumenta em direção ao centro até a região em que há o vórtice ascendente do hidrociclone, momento no qual a velocidade decai até atingir zero no centro do equipamento, ou seja, existe um máximo de velocidade tangencial na região próxima ao centro do equipamento. Tal comportamento é semelhante ao mostrado por MARINS et al. [68] que obtiveram resultados experimentais para velocidade tangencial em hidrociclones tanto pela técinca PIV, mesma empregada por BRAGA [11], quanto pela técnica LDV. A única ressalva quanto aos dados experimentais obtidos por BRAGA [11] e exibidos na Figura 5.5 diz respeito ao comportamento do perfil de velocidade tangencial nas posições de 14,8 e 31,0 cm a partir da seção cilíndrica na região central. Quando comparado com a posição de 47,2 cm da mesma Figura 5.5, é possível observar a diferença nos perfis, em que nas duas posições supracitadas o perfil na região destacada não decai linearmente como na última posição. Esse decaimento linear na região central também é o mesmo exibido nos dados experimentais de MARINS et al. [68]. Vale-se destacar que os hidrociclones estudados são diferentes, o que pode acarretar em diferenças pontuais no escoamento dos mesmos, porém

BRAGA [11] menciona algumas dificuldades experimentais enfrentadas por ele que também podem explicar essa diferença como a presença de bolhas na região central do hidrociclone.

Os dados experimentais apresentados por CUI et al. [56] e SLACK et al. [7] para perfil de velocidade tangencial assemelham-se àqueles mostrados por MARINS et al. [68], ou seja, também apresentam comportamento linear na região central em oposição ao comportamento visto nos dados experimentais de BRAGA [11].

No que tange aos dados simulados, nota-se que os resultados para o modelo k- $\varepsilon$  padrão apresentam comportamento qualitativo contrário ao dos dados experimentais, tendo um ponto de máximo na região próxima à parede. Com isso, é possível verificar que esse modelo realmente não é capaz de predizer adequadamente o comportamento físico dento de hidrociclones. Conforme já discutido na seção 3.2.1, isso pode estar relacionado diretamente à hipótese de Boussinesq, a qual não é capaz de capturar os efeitos de linhas de corrente curvas e rotação.

O modelo RNG k- $\varepsilon$  implementado no OpenFOAM apresentou comportamento qualitativo quanto à velocidade tangencial semelhante ao k- $\varepsilon$  padrão para o hidrociclone estudado (Figura 5.5). Isso contradiz os resultados exibidos por RAZIYEH e ATAALAH [62], embora deva-se ressaltar que são estudados dois hidrociclones com características diferentes e são analisadas variáveis distintas em ambos: distribuição de partículas nas saídas em RAZIYEH e ATAALAH [62] e velocidade tangencial no presente trabalho. Contudo, é importante salientar que essas variáveis não são independentes, uma vez que a velocidade tangencial está associada à eficiência de separação e, consequentemente, à distribuição granulométrica nas saídas. Todavia, os resultados exibidos estão de acordo com a afirmação de YAKHOT et al. [35] que essa modelagem não foi desenvolvida para um sistema que envolva curvatura ou rotação, em que o termo adicionado à equação de dissipação de energia cinética turbulenta (Equação 3.20), R, somente relaciona as escalas turbulentas às médias, algo insuficiente para simulações de hidrociclones, os quais aparentemente apresentam dependência de linhas de corrente curvas.

Finalmente, o modelo realizable k- $\varepsilon$  apresentou comportamento qualitativo similar aos outros dois supracitados. Isso demonstra que para o caso de hidrociclones, sugerindo que as modificações adicionais desse modelo comparado ao k- $\varepsilon$  padrão, como  $C_{\mu}$  e  $c_{\varepsilon 1}$  variáveis (Tabela 3.3), além de mudanças na equação para a dissipação de energia cinética turbulenta (Equação 3.23), não englobam todos os efeitos significativos para a predição adequada da física dentro dos hidrociclones. Dentre esses efeitos, podem estar algum daqueles associado à hipótese de Boussinesq ou mesmo o emprego de funções de parede ao invés de resolução da mesma.

Durante as simulações, verificou-se que para os modelos k- $\varepsilon$  padrão e RNG k- $\varepsilon$ , o regime estaticamente estacionário do escoamento foi alcançado após o equivalente a

1,5065 s de tempo de operação do equipamento. Já para o modelo *realizable* k- $\varepsilon$ , que usou como condição inicial os dados do k- $\varepsilon$  padrão, necessitou-se de apenas 1,1385 s para alcançar o mesmo regime.

#### 5.2.2 Modelos de viscosidade turbulenta não linear

A Figura 5.6 contrasta os perfis de velocidade tangencial obtidos experimentalmente [11] com os obtidos através dos modelos k- $\varepsilon$  padrão, NonLinearKEShih e LienCubicKE nas posições de 14, 8, 31, 0 e 47, 2 cm a partir do topo da seção cilíndrica. Os dois últimos fazem parte da categoria de modelos a duas equações com viscosidade turbulenta não linear e alto número de Reynolds introduzidos na seção 3.2.5. NonLinearKEShih é o modelo de segunda ordem lá apresentado e LienCubicKE o de terceira ordem. Ambos são disponibilizados na versão 2.2.2 do OpenFOAM. Os resultados para o k- $\varepsilon$  padrão são também mostrados para averiguar se os modelos de viscosidade turbulenta não linear fornecem alguma mudança no comportamento qualitativo quando comparados a ele.

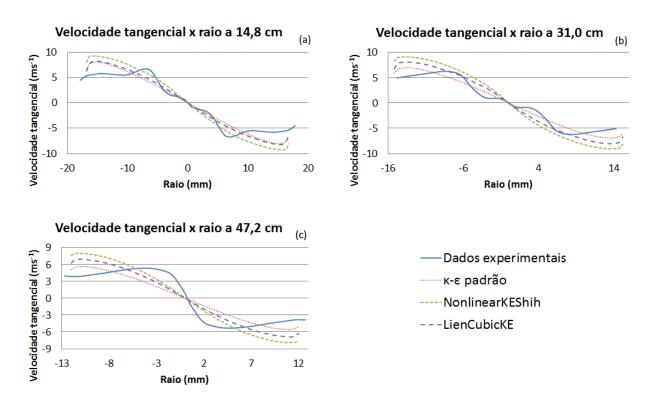


Figura 5.6: Comparação dos dados experimentais [11] com os simulados no Open-FOAM 2.2.2 com os modelos k- $\varepsilon$  padrão, NonLinearKEShih e LienCubicKE nas seguintes posições a partir do topo da seção ciíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm.

Ao analisar a Figura 5.6, verifica-se que o perfil de velocidade tangencial fornecido pelo modelo NonLinearKEShih apresenta o mesmo comportamento qualitativo que o k- $\varepsilon$  padrão. Com isso, nota-se que mesmo introduzindo termos não lineares para calcular os componentes do tensor de Reynolds, não houve melhora na predição da velocidade tangencial. Ademais, deve-se lembrar que o NonLinearKEShih também é um modelo do tipo realizable, indicando que não só essa condição isoladamente não é suficiente para obtenção de resultados qualitativamente corretos para o perfil de velocidade tangencial em hidrociclones conforme mostram os resultados para o modelo realizable k- $\varepsilon$ , como ela aliada à não consideração de tensores normais anisotrópicos, também não o é.

Por fim, para o modelo LienCubicKE, o perfil de velocidade tangencial é qualitativamente similar a todos os outros até agora analisados. Portanto, isso demonstra que mesmo os modelos de terceira ordem para a viscosidade turbulenta, os quais têm um bom comportamento para escoamentos com linhas de corrente curvas ou rotacionais, não são capazes de predizer a física correta dentro dos hidrociclones. Isso pode estar associado a um dos seguintes fatores: a não linearidade no cálculo dos componentes do tensor de Reynolds isoladamente não é capaz de reproduzir a física de hidrociclone, sendo necessários modelos a seis equações para tanto; a resolução da parede pode ser algo importante para a correta predição do perfil de velocidade tangencial no interior do equipamento; as constantes dos modelos de viscosidade turbulenta não linear não estarem calibradas para capturar os efeitos de curvatura do escoamento em hidrociclones.

Quanto à chegada das simulações ao regime estatisticamente estacionário, isso ocorreu após 1,1385 s de operação do equipamento tanto para o modelo NonLinear-KEShih quanto para o LienCubicKE. Em ambos, os resultados do k- $\varepsilon$  padrão foram utilizados como condição inicial.

### 5.2.3 Modelos implementados

A Figura 5.7 exibe os perfis de velocidade tangencial experimentais [11] e os obtidos com simulações no OpenFOAM 2.2.2 com os modelos de turbulência k- $\varepsilon$  padrão, k- $\varepsilon$  com correção de curvatura (k- $\varepsilon$  CC), k- $\varepsilon$  com  $C_{\mu}$  modificado de KLEIN [30] (k- $\varepsilon$  modificado) e NT1 nas posições de 14, 8, 31, 0 e 41, 2 cm a partir do topo da seção cilíndrica.

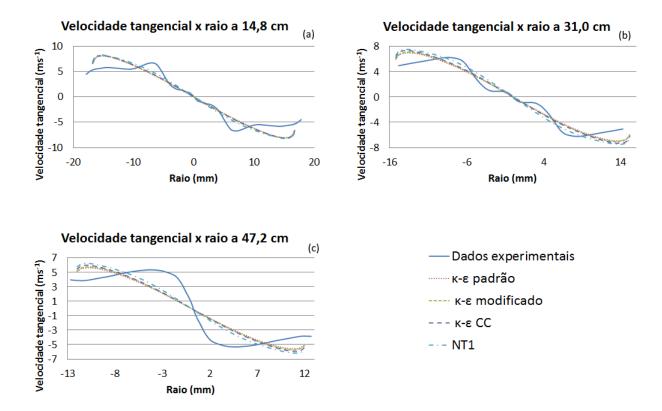


Figura 5.7: Comparação dos dados experimentais [11] com os simulados no Open-FOAM 2.2.2 com os modelos k- $\varepsilon$  padrão, k- $\varepsilon$  com correção de curvatura (k- $\varepsilon$  CC), k- $\varepsilon$  com  $C_{\mu}$  modificado de KLEIN [30] (k- $\varepsilon$  modificado) e NT1 nas seguintes posições a partir do topo da seção ciíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm.

A análise da Figura 5.7 mostra que os perfis de velocidade tangencial para todos os novos modelos(k- $\varepsilon$  com correção de curvatura, k- $\varepsilon$  com  $C_{\mu}$  modificado e NT1) apresentados têm comportamento qualitativo semelhante ao k- $\varepsilon$  padrão, ou seja, não representam adequadamente o escoamento interno do hidrociclone estudado.

Com isso, nota-se que a correção de curvatura adicionada como fator multiplicativo aos termos de produção das equações de transporte para k e  $\varepsilon$ , a qual fornece bons resultados para alguns casos com escoamentos rotacionais ou com correção de curvatura, não mostrou ser eficaz no tratamento de hidrociclones, mesmo com o escoamento rotacional descendente presente no equipamento. Ademais, caso some-se aos resultados do k- $\varepsilon$  com correção de curvatura, a análise do resultados do Lien-CubicKE, o qual também é um modelo que apresenta correções para capturar os efeitos de rotação, mesmo que de forma diferente, adicionando termos não lineareas ao cálculo do tensor de Reynolds, os efeitos de curvatura ou não são suficientes para reproduzir escoamentos em hidrociclones ou não estão devidamente calibrados para aplicação nos mesmos.

Também observa-se que o coeficiente  $C_{\mu}$  variável que é empregado tanto no

modelo k- $\varepsilon$  modificado da Figura 5.7, resultado dos estudos para escoamentos cisalhantes homogêneos de KLEIN [30], quanto no realizable k- $\varepsilon$ , fruto das restrições impostas pela condição realizable, não foi capaz de predizer corretamente o escoamento no interior dentro do hidrociclone, também indicando que esse efeito isoladamente não seja significativo. Importante ressaltar que o valor de 0,09 do  $C_{\mu}$  do modelo k- $\varepsilon$  padrão é obtido a partir do estudo do caso de camada limite com gradiente de pressão nulo, o que torna possível que esse valor não forneça bons resultados para alguns outros tipos de escoamento. No caso de hidrociclones, há elevados gradientes na região central do equipamento, próximo ao vórtice ascendente do mesmo, um indicativo que a assunção de  $C_{\mu}$  constante ou com as variações propostas pelos dois modelos não consegue capturar os efeitos turbulentos que influenciam no perfil de velocidade tangencial.

Já o fato do comportamento do perfil de velocidade tangencial para o modelo NT1 não exibir comportamento qualitativo condizente com o esperado, é um indicativo que a abordagem por duas escalas de tempo não é apropriada ou suficiente para hidrociclones. Ela surge com a intenção de caracterizar escoamentos com escalas bastante distintas, o que usualmente ocorre em regiões de expansões bruscas, algo que nos hidrociclones ocorre primordialmente na região de entrada. Com isso, esse não parece ser um efeito de elevada relevância para caracterização do escoamento interno de hidrociclones.

A fim de estender a análise com os modelos para duas escalas de tempo, também tentou-se conduzir simulações com o NT2. Contudo, ele apresentou problema de convergência devido ao termo  $C'_{P1}k_P\frac{\partial U_l}{\partial x_m}\frac{\partial U_l}{\partial x_j}\epsilon_{lmk}\epsilon_{ijk}$ , o qual é adicionado para fornecer maior sensibilidade às tensões normais [30], e não existe para o modelo NT1, pois a constante  $C'_{P1}$  é nula. Imagina-se que seu efeito isolado também não seja significativo, uma vez que os modelos que empregam viscosidade turbulenta não linear, os quais retiram a limitação de tensores normais isotrópicos, não apresentaram resultados satisfatórios.

No que concerne à chegada das simulações com esses modelos ao regime estatisticamente estacionário, o k- $\varepsilon$  com correção de curvatura (k- $\varepsilon$  CC) e o k- $\varepsilon$  com  $C_{\mu}$  modificado de KLEIN [30] (k- $\varepsilon$  modificado) alcançaram essa condição após 1,1385 s de operação do equipamento, sendo usados os resultados do modelo k- $\varepsilon$  padrão como condição inicial. O modelo NT1, que não teve os resultados de nenhum outro modelo como condição inicial, atingiu o regime estatisticamente estacionário após o equivalente a 1,5065 s de operação do equipamento.

#### 5.2.4 Modelos de tensores de Reynolds

Após a exibição dos resultados para os modelos de duas e quatro equações do tipo k- $\varepsilon$  e alto número de Reynolds, a Figura 5.8 apresenta os perfis de velocidade tangencial nas posições de 14, 8, 31, 0 e 47, 2 cm a partir do topo da seção cilíndrica, tanto para o modelo k- $\varepsilon$  padrão como para o Launder e Gibson (LaunderGibsonRSTM) e Launder-Reece-Rodi (LRR) simulados no OpenFOAM 2.2.2 para este trabalho e os compara com os dados experimentais de BRAGA [11]. Além disso, a Figura 5.9 apresenta o perfil de velocidade tangencial nas mesmas posições que a Figura 5.8, porém trocando os dados do modelo k- $\varepsilon$  padrão pelos dados da simulação conduzida no software comercial Fluent 12.1 por BRAGA [11] com o modelo Launder e Gibson (LaunderGibsonFluent), o qual apresenta as mesmas condições operacionais que as adotadas para o presente trabalho.

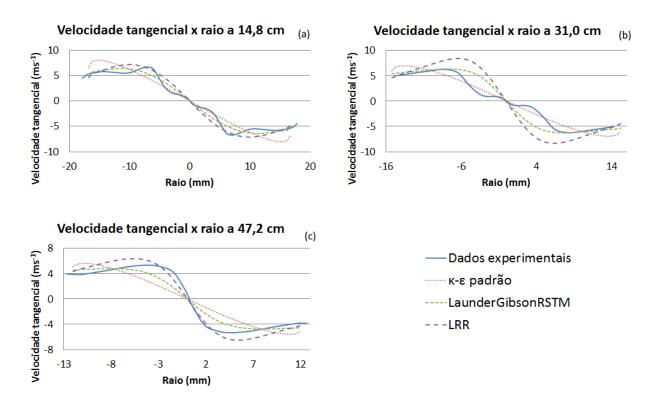


Figura 5.8: Comparação dos dados experimentais [11] com os simulados no Open-FOAM 2.2.2 com os modelos k- $\varepsilon$  padrão, LaunderGibsonRSTM e LRR para velocidade tangencial nas seguintes posições a partir do topo da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm.

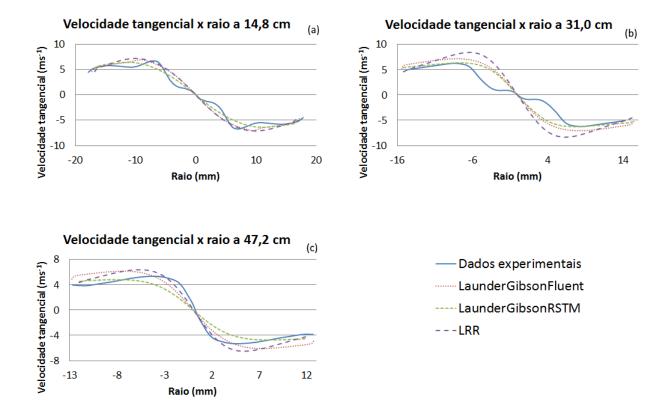


Figura 5.9: Comparação dos dados experimentais [11] com os simulados no Open-FOAM 2.2.2 com os modelos LaunderGibsonRSTM e LRR, e no Fluent com modelo Launder e Gibson (LaunderGibsonFluent) nas simulações conduzidas por BRAGA [11] para velocidade tangencial nas seguintes posições a partir do topo da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm.

Inicialmente, a análise da Figura 5.8 mostra, que diferentemente do modelo k- $\varepsilon$  padrão, os dois modelos testados no OpenFOAM 2.2.2 que empregam a abordagem de tensores de Reynolds, LaunderGibsonRSTM e LRR, são capazes de reproduzir adequadamente de forma qualitativa o perfil de velocidade tangencial dentro do hidrociclone. Tal qual o perfil experimental, eles exibem um perfil que fornece um ponto de máximo próximo à região central do equipamento. Contudo, os modelos apresentam diferenças quantitativas razoáveis, tanto entre si, quanto em relação aos dados experimentais. Sendo assim, as Figuras 5.10 e 5.11 auxiliam a mensurar essa discrepância, fornecendo os erros absoluto e relativo dos dois modelos simulados em comparação aos dados experimentais [11].

A constatação da correta predição qualitativa dos modelos de tensores de Reynolds pode estar relacionada a características desse tipo de abordagem. Primeiramente, pode-se associar esses resultados ao fato de não exisitir a necessidade de modelagem da viscosidade turbulenta para cálculo das componentes do tensores de Reynolds, diferentemente dos modelos de viscosidade turbulenta não linear, os quais

não fazem uso da hipótese de Boussinesq, assim ao menos mitigando suas limitações, porém continuam a necessitar da modelagem e cálculo da viscosidade turbulenta. Com a adição de uma equação de transporte para cada componente do tensor de Reynolds, é possível que exista maior sensibilidade para captura de efeitos de não linearidade. Outro ponto a ser destacado é que além dos valores de constantes diferentes entre o LaunderGibsonRSTM e LRR, a única diferença na modelagem diz respeito ao termo  $\Phi_{ij_{parede}}$ , incluso na modelagem do termo de redistribuição de energia para cálculos mais precisos na região próxima à parede. Todavia, é difcíl precisar o efeito que esse termo tem, uma vez que não foi simulado nenhum modelo que não o apresente, como seria o SSG. Mesmo assim, ele parece ter certa importância no perfil de velocidade tangencial fornecido pelos modelos.

Já na Figura 5.9, pode ser visto que o comportamento qualitativo das simulações de BRAGA [11] com o modelo Launder e Gibson no Fluent 12.1 são semelhantes aos apresentados pelas simulações conduzidas no OpenFOAM. Contudo, existem diferenças quantitativas, mesmo quando comparados somente os perfis de velocidade tangencial para o Launder e Gibson tanto no OpenFOAM quanto no Fluent (LaunderGibsonRSTM e LaunderGibsonFluent), às quais podem ser explicadas pelo fato de terem sido utilizados dois softwares distintos, consequentemente, com modelagens distintas, pelo fato dos métodos numéricos empregados nos trabalhos não serem os mesmos e as simulações no presente trabalho são monofásicas ao passo que são bifásicas em BRAGA [11].

A fim de mensurar melhor essas diferenças quantitativas, as Figuras 5.10 e 5.11 também apresentam os erros absoluto e relativo da simulação de BRAGA [11] com o modelo Launder e Gibson no Fluent quando comparado aos dados experimentais [11] além desses mesmos erros para as simulações do Launder e Gibson e LRR no OpenFOAM.

A análise da Figura 5.10 mostra a presença de erros absolutos elevados, especialmente na segunda posição medida, em que chegam a 5  $m.s^{-1}$ , acarretando em erros relativos próximos a 500 %, conforme pode ser constatado pela Figura 5.11. Para as duas primeiras posições medidas, nota-se que os maiores erros absoluto e relativo são próximos ao centro do hidrociclone, o que pode indicar que os modelos de tensores de Reynolds não representam adequadamente os elevados gradientes dessa região, porém deve ser lembrado que nessa região central é onde o comportamento do dados experimentais de BRAGA [11] é diferente de outros apresentado pela literatura, ou seja, esses erros elevados podem ser em função de erros experimentais e não falha dos modelos nessa região. A última posição mostra erros absolutos distribuídos de certa maneira uniforme, porém os maiores erros relativos continuam a ser próximos à região central. Tal constação demonstra que a adição do termo  $\Phi_{ijparede}$  parece ser importante para o cálculo da velocidade tangencial próxima à parede, porém

isso só poderia se confirmar com a simulação de um modelo a seis equações que não exibisse tal termo e fornecesse erros absolutos e relativos maiores que os do Launder e Gibson e LRR para essa região.

Também deve ser dito na avaliação dos erros absoluto e relativo, a semelhança entre os resultados para o modelo Gibson e Lauder obtidos com o OpenFOAM e Fluent serve para validar o primeiro para simulações com hidrociclones.

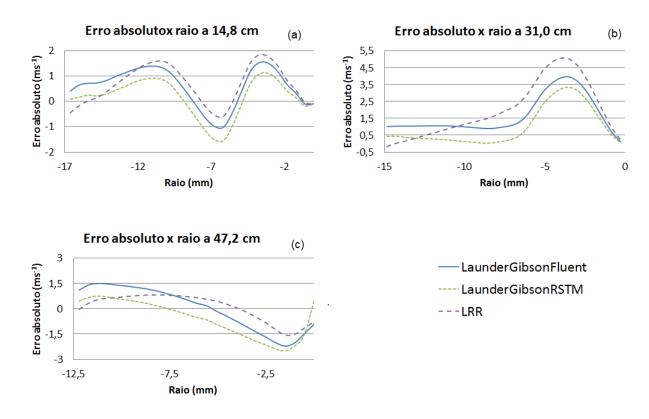


Figura 5.10: Erro absoluto dos modelos para baixo número de Reynolds (Baixo-Reynolds), Launder e Gibson (LaunderGibsonRSTM) e LRR em relação aos dados experimentais [11] para os perfis de velocidade tangencial obtidos nas seguintes posições a partir do topo da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm.

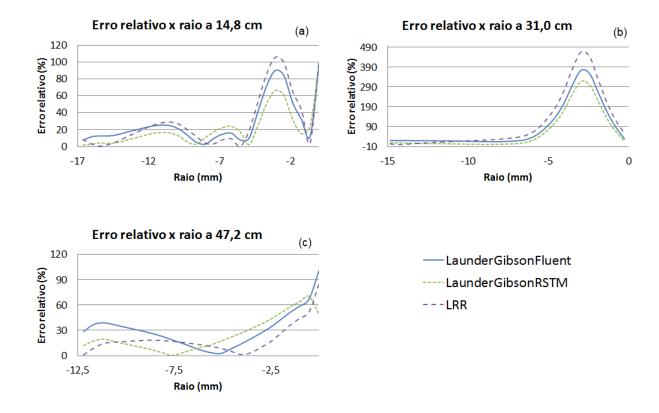


Figura 5.11: Erro relativo dos modelos para baixo número de Reynolds (BaixoReynolds), Launder e Gibson (LaunderGibsonRSTM) e LRR em relação aos dados experimentais [11] para os perfis de velocidade tangencial obtidos nas seguintes posições a partir do topo da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm.

Para verificar se os modelos de tensores de Reynolds caracterizam de forma completa a física do hidrociclone, a Figura 5.12 compara o perfil de velocidade axial obtido com o Launder e Gibson (LaunderGibsonRSTM) e Launder-Reece-Rodi (LRR) simulados no OpenFOAM 2.2.2 com os dados experimentais de BRAGA [11] e com dados da simulação conduzida no *software* comercial Fluent 12.1 por BRAGA [11] com o modelo Launder e Gibson (LaunderGibsonFluent) para as posições de 31,0 cm e 47,2 cm a partir do topo da seção cilíndrica do hidrociclone.

A partir da Figura 5.12, é possível perceber que não há concordância qualitativa, tampouco quantitativa entre os dados simulados e os experimentais. O perfil experimental de BRAGA [11] apresenta-se praticamente constante em uma grande região, existindo um aumento praticamente linear da velocidade em direção a esse patamar constante. Em contrapartida, o perfil de velocidade axial fornecido pelos modelos Launder e Gibson e LRR apresenta comportamento parabólico, sendo os resultados para o modelo Launder e Gibson praticamente concordantes nos resultados do OpenFOAM e do Fluent para as duas posições medidas. Todavia, o perfil qualitativo das simulações da Figura 5.12 é semelhante ao apresentado por MARINS et al.

[68], trabalho experimental que não apresenta o air core na região central do equipamento, fenônemo também não simulado por CFD. Diferente de MARINS et al. [68], os experimentos conduzidos por BRAGA [11] exibiram air core. Tal diferença pode ser a responsável pelo comportamento diferente entre os perfis de velocidade axial simulado e experimental mostrados na Figura 5.12.

A ressalva que pode ser feita quanto aos dados simulados da Figura 5.12 diz respeito ao perfil de velocidade axial medido a 47,2 cm a partir do topo da seção cilíndrica. Nele, a região central apresenta sentido de velocidade igual ao do restante do equipamento, indicando que não há vórtice ascendente nessa região, algo que pode ocorrer devido a uma malha não suficientemente refinada nessa região. Tal comportamento também pode ser fruto da não presença do *air core* nas simulações CFD. Contudo, isso não parece refletir na eficiência de separação, pois nas simulações bifáficas conduzidas por BRAGA [11] com o modelo Launder e Gibson, a eficiência total de separação reduzida foi de 98,86 % contra os 93,75 % obtidos experimentalmente pelo mesmo BRAGA [11]. Deve ser reforçado que a separação tem como sua componente mais importante a velocidade tangencial.

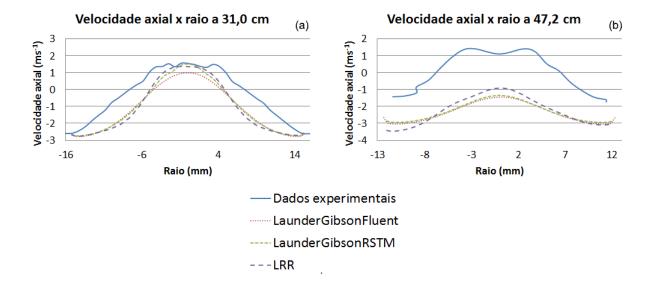


Figura 5.12: Comparação dos dados experimentais [11] com os simulados no Open-FOAM 2.2.2 com os modelos LaunderGibsonRSTM e LRR, e no Fluent com modelo Launder e Gibson (LaunderGibsonFluent) nas simulações conduzidas por BRAGA [11] para velocidade axial nas seguintes posições a partir do topo da seção cilíndrica: a) 31,0 cm; b) 47,2 cm.

Por fim, os modelos Launder e Gibson e LRR alcançaram o regime estatisticamente estacionário após o equivalente a 1,1385 s de tempo de operação do equipamento. Ambos tiveram dados do modelo k- $\varepsilon$  padrão como condição inicial. Ade-

mais, o modelo LRR divergiu ao aumentar-se o seu passo de tempo de  $5,0*10^{-5}$  s para  $1,0*10^{-4}$  s. Por isso, esse modelo foi simulado até a obtenção do regime estatisticamente estacionário com passo de tempo  $5,0*10^{-5}$  s. As simulações com o modelo Launder e Gibson demandaram um tempo de CPU (*ExecutionTime* no OpenFOAM) de aproximadamente 21 dias, enquanto o modelo LRR 28 dias, e o modelo k- $\varepsilon$  padrão já tinha gastado aproximadamente 9 dias de tempo de CPU.

#### 5.2.5 Modelos a baixo número de Reynolds

Inicialmente, deve ser dito que uma malha (malha 1) foi confeccionada para a simulação dos modelos a baixo número de Reynolds, que necessita de maior refino próximo à parede, uma vez que esta região é resolvida numericamente, pois a malha base empregada até então apresentou valores de  $y^+$  para o nós adjacentes à parede elevados. Para exemplificar, na malha base, para o modelo Launder e Gibson, o valor médio dessa variável no primeiro nó a partir da parede foi de 38,9746, máximo de 344,977 e mínimo de 7,70633; já o LRR exibiu  $y^+$  médio de 37,9381, máximo de 343, 526 e mínimo de 7, 64023. Tais valores estão muito distantes do valor de  $y^+$ ideal, menor ou igual a 1,0. Por isso, construiu-se a malha 1 a fim de diminuir esse valores, chegando a  $y^+$  médio de 16,724, máximo de 63,7454 e mínimo de 0,935459 para a simulação com o modelo SST. Mesmo esses valores ainda não sendo os ideais, optou-se por utilizá-la, pois as simulações com os modelos SST, SST com correção de cuvatura e  $k-\omega-\nu^2$  convergiram com ela. Ademais, seria necessário uma malha com muitos nós para atender que o  $y^+$  adjacente à parede máximo fosse menor ou igual a 1, tornando o tempo de simulação muito alto, não possibilitando a análise desses modelos no presente trabalho.

Deve ser feita a ressalva que o modelo Launder e Sharma não apresentou convergência com a malha 1 nem na forma como está implementada no OpenFOAM nem com a adição do Yap correction. Tal modelo mostrou-se mais sensível aos elevados valores de  $y^+$  no primeiro nó a partir da parede do que os supracitados, algo constatado em simulações realizadas com o caso do canal com escoamento plenamente desenvolvido empregado na validação dos modelos implementados.

A Figura 5.13 mostra os perfis de velocidade tangencial nas posições de 14, 8, 31, 0 e 41, 2 cm a partir do topo da seção cilíndrica dos dados experimentais [11] e das simulações conduzidas no OpenFOAM com os modelos SST, SST com correção de curvatura (SSTCC) e  $k - \omega - \nu^2$  (komeganu2).

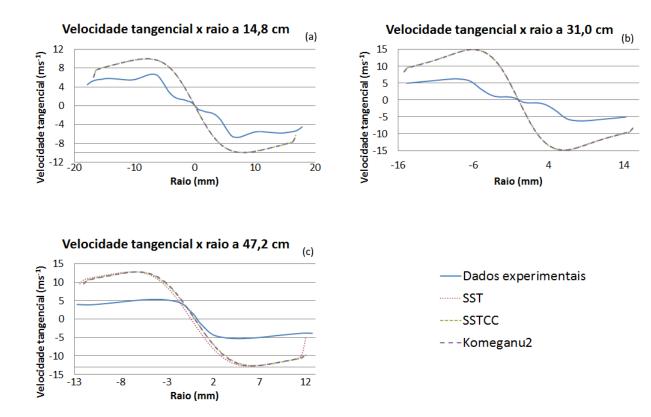


Figura 5.13: Comparação dos dados experimentais [11] com os simulados no Open-FOAM 2.2.2 com os modelos SST, SST com correção de curvatura (SSTCC) e  $k-\omega-\nu^2$  (komeganu2) nas seguintes posições a partir do topo da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm.

Os resultados exibidos na Figura 5.13 mostram que o perfil de velocidade tangencial em todas as posições para os três modelos de baixo número de Reynolds testados estão praticamente sobrepostos e têm comportamento qualitativo semelhante aos dados experimentais. Entretanto, a análise quantitativa mostra que há uma grande discrepância entre os valores para os dados desses modelos e os experimentais. As Figuras 5.14 e 5.15 auxiliam a mensurar essa diferença, fornecendo os erros absoluto e relativo dos modelos de baixo Reynolds (como os perfis estão sobrepostos, uma curva é representativa de todos) em relação aos dados experimentais [11]. Tal resultado difere do trabalho de ALMEIDA [51], em que as simulações com os modelos SST e SST com correção de curvatura, com  $y^+$  próximo a 1,0, não foram capazes de caracterizar o perfil qualitativo de uma válvula ciclônica adequadamente. Já as simulações de COSTA [69] para um hidrociclone empregado na separação de células animais de seu meio cultivo, apresentou não só perfil qualitativo para o SST com correção de curvatura semelhante ao obtido com o modelo a seis equações no Fluent, mas também é semelhante quantitativamente.

Ademais, o fato dos modelos do tipo  $k-\omega$ , tanto SST como  $k-\omega-\nu^2$ , repre-

sentarem adequadamente o perfil de velocidade qualitativo dentro dos hidrociclones, indica que a resolução da parede é um efeito significativo para a caracterização fisíca do escoamento interno desse equipamento. Isso, de certa forma, está de acordo com os resultados dos modelos de tensores de Reynolds, em que os resultados para o Launder e Gibson e LRR simulados no OpenFOAM, modelos que se diferenciam fundamentalmente pelo termo  $\Phi_{ij_{parede}}$ , o qual é incluído para conferir maior precisão na região próxima à parede, apresentaram resultados melhores e capturaram o perfil qualitativo da velocidade tangencial.

Também pode ser verificado que a função desenvolvida por SPALART e SHUR [50] para considerar efeitos de curvatura e rotação não é relevante para caracterização do escoamento interno dos hidrociclones. Além de não ter propiciado mudança no perfil de velocidade tangencial, quando compara-se o modelo SST com correção de curvatura com o SST tradicional na Figura 5.13, não o fez na comparação entre os modelos k- $\varepsilon$  com correção de curvatura e k- $\varepsilon$  padrão mostrada na Figura 5.7.

A avaliação das Figuras 5.14 e 5.15 mostra que os erros absoluto e relativo para os modelos para baixo número de Reynolds são muito superiores aos do Launder e Gibson e do LRR. O erro absoluto é superior a  $10~m.s^{-1}$  para alguns pontos da posição 2 e o erro relativo próximo a 1000~% para a mesma. Contudo, a Figura 5.15 mostra que os maiores erros relativos estão próximos à região central, especialmente nas duas primeiras posições, tal qual os modelos Launder e Gibson e LRR. Novamente, esses erros acentuados podem ser fruto tanto de erros experimentais na região quanto de modelagem inadequada para capturar os efeitos de turbulência na mesma. Todavia, tanto os modelos para baixo número Reynolds quanto os de tensores de Reynolds representam bem os efeitos próximos à parede, os quais se mostraram importantes para predição correta tanto qualitativamente quanto quantitativamente da física no interior dos hidrociclones.

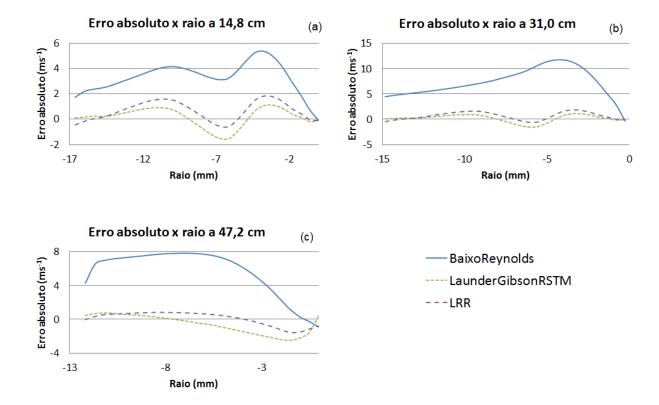


Figura 5.14: Erro absoluto dos modelos para baixo número de Reynolds (BaixoReynolds), Launder e Gibson (LaunderGibsonRSTM) e LRR simulados no OpenFOAM 2.2.2 em relação aos dados experimentais [11] para os perfis de velocidade tangencial obtidos nas seguintes posições a partir do topo da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm.

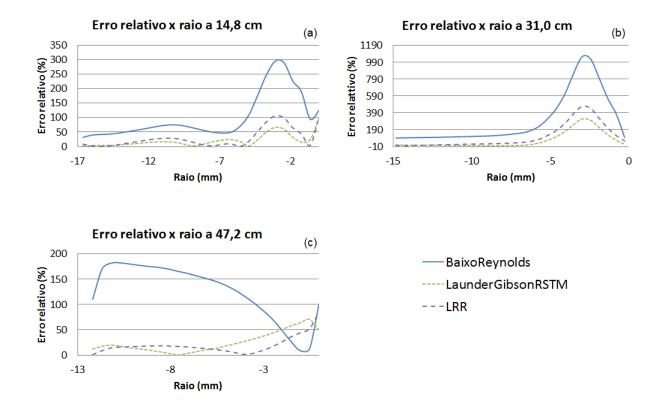


Figura 5.15: Erro relativo dos modelos para baixo número de Reynolds (BaixoReynolds), Launder e Gibson (LaunderGibsonRSTM) e LRR simulados no OpenFOAM 2.2.2 em relação aos dados experimentais [11] para os perfis de velocidade tangencial obtidos nas seguintes posições a partir do topo da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm.

A fim de avaliar se os modelos a baixo Reynolds também reproduzem qualitativamente bem o perfil de veloxidade axial, a Figura 5.16 compara o perfil de velocidade axial obtido com os modelos SST, SST com correção de curvatura (SSTCC) e  $k-\omega-\nu^2$  (komeganu2) no OpenFOAM 2.2.2 com os dados experimentais de BRAGA [11] para as posições 31,0 cm e 47,2 cm a partir do topo da seção cilíndrica do hidrociclone.

A análise da Figura 5.16 mostra que o perfil de velocidade axial dos modelos a baixo Reynolds apresentam comportamento parecido entre si, porém são diferentes qualitativamente tanto do perfil experimental obtido por BRAGA [11] na presença air core apresentado na mesma Figura 5.16, como do perfil mostrado na Figura 5.12 para os modelos de tensores de Reynolds, que têm comportamento qualitativo semelhante aos perfis de velocidade axial medidos por MARINS et al. [68]. Contudo, isso contraria os resultados de ALMEIDA [51] que apresentou comportamento qualitativo para velocidade axial com os modelos SST e SST com correção de curvatura na válvula ciclônica semelhante aos dados experimentais de MARINS et al. [68], porém

com valores de  $y^+$  no primeiro nó a partir da parede próximos a 1,0, indicando que essa variável tem importância na predição da velocidade axial. Os perfis de velocidade axial obtidos por COSTA [69] com o modelo SST com correção de curvatura também apresentam comportamento qualitativo semelhante aos obtidos com dados experimentais na ausência de *air core*, embora com valores absolutos superiores aos dos modelo a seis equações empregado no trabalho.

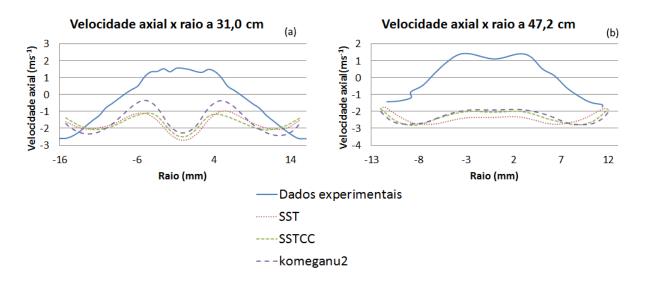


Figura 5.16: Comparação dos dados experimentais [11] com os simulados no Open-FOAM 2.2.2 com os modelos SST, SST com correção de curvatura (SSTCC) e  $k-\omega-\nu^2$  (komeganu2) para velocidade axial nas seguintes posições a partir do topo da seção cilíndrica: a) 31,0 cm; b) 47,2 cm.

Para finalizar, deve ser mencionado que o modelo SST demorou 1,8975 s para chegar ao regime estatisticamente estacionário. O modelo SST com correção de curvatura atingiu esse mesmo regime após 2,27125 s enquanto o  $k-\omega-\nu^2$  levou 1,1385 s. Os dois últimos tiveram como condição inicial os resultados do modelo SST. Quanto ao tempo de CPU, o modelo SST demandou algo entre 20 e 25 dias.

### 5.2.6 Avaliação de variáveis turbulentas

Nesta seção, apresentam-se os perfis de energia cinética turbulenta, dissipação de energia cinética turbulenta e dos componentes do tensor de Reynolds para os modelos k- $\varepsilon$  padrão, LienCubicKE (não linear de terceira ordem), NT1, Launder e Gibson e SST nas posições de 14,8; 31,0 e 47,2 cm a partir do topo da seção cilíndrica. A análise permite observar a diferença na predição da turbulência no escoamento do interior de hidrociclones. Contudo, falta a comparação com os dados experimentais para uma análise completa.

Importante salientar que os modelos a duas equações tentam modelar a energia cinética turbulenta e a dissipação de energia cinética turbulenta de forma que seja possível calcular as componentes dos tensores de Reynolds e, assim, caracterizar corretamente a física do escoamento analisado, neste caso, hidrociclone. Por outro lado, os modelos a seis equações obtém os componentes do tensor de Reynolds a partir de equações de transporte, as quais em sua modelagem necessitam do valor da dissipação de energia cinética turbulenta. Por sua vez, a energia cinética turbulenta é calculada a partir dos valores dos componentes normais do tensor de Reynolds,  $k=0,5\overline{u_i^2}$ .

A Figura 5.17 mostra o perfil de energia cinética turbulenta para os modelos e posições supracitadas e a Figura 5.18 exibe a dissipação de energia cinética turbulenta para os mesmos modelos e posições.

A análise da Figura 5.17 permite observar que os perfis de energia cinética turbulenta nas duas últimas posições tomadas são qualitativamente parecidos para todos os modelos (comparando o mesmo modelo nas distintas posições, não os diferentes modelos) e, quantitativamente, só não são parecidos para o Launder e Gibson, que sai de um valor máximo próximo a  $1,5\ m^2.s^{-2}$  na segunda posição para uma máximo próximo a  $1,0\ m^2.s^{-2}$  na terceira. Ainda considerando essas duas posições, nota-se que os valores de k são maiores para o modelo Gibson e Launder em ambas, e não é possível determinar precisamente a forma do perfil de k para o modelo SST, pois ele apresenta valores muito mais baixos que os outros modelos, comportamento também observado na posição 1. Contudo, na primeira posição estudada, o comportamento é distinto das outras duas, pois observa-se os maiores valores de energia cinética turbulenta para o modelo NT1 e os valores para o Launder e Gibsom muito próximos ao do k- $\varepsilon$  padrão. Com o apresentado, e perante a falta dos dados experimentais para comparação, torna-se uma árdua tarefa correlacionar o comportamento de k com os perfis de velocidade anteriormente apresentados.

No que concerne à Figura 5.18, é verificado que o perfil de dissipação de energia cinética turbulenta é semelhante para todos modelos em todas as posições, excetuando o modelo SST, que apresenta um comportamento fora do comum. Todavia, mesmo sem os dados experimentais para comparação, é de se imaginar que  $\varepsilon$  seja bem descrito por todos os modelos estudados, excetuando o SST. Tal comportamento deve ser em função da resolução de  $\omega$ , a qual pode apresentar instabilidades.

A análise dessas duas variáveis não foi conclusiva quanto à sua relação com a captura dos efeitos turbulentos em hidrociclones, uma vez que o modelo SST apresentou perfis para as duas diferente do modelo Gibson e Launder, sendo os dois, os únicos representativos qualitativamente do perfil de velocidade tangencial no interior do equipamento.

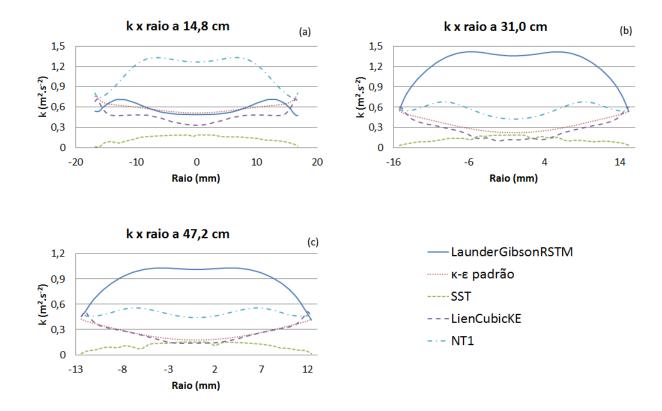


Figura 5.17: Comparação dos dados simulados no OpenFOAM 2.2.2 com os modelos k- $\varepsilon$  padrão, LienCubicKE, NT1, Launder e Gibson (LaunderGibsonRSTM) e SST para energia cinética turbulenta nas seguintes posições a partir do topo da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm.

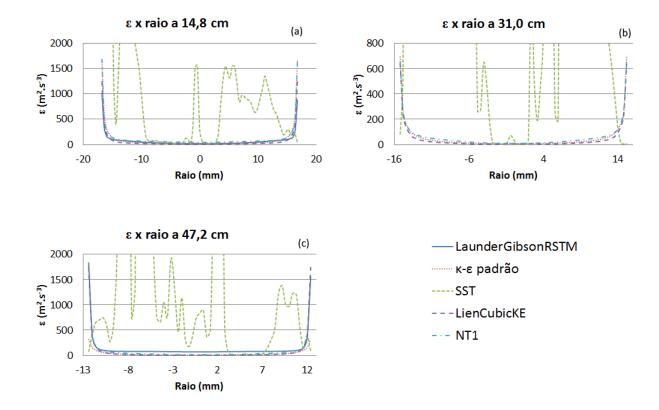


Figura 5.18: Comparação dos dados simulados no OpenFOAM 2.2.2 com os modelos k- $\varepsilon$  padrão, LienCubicKE, NT1, Launder e Gibson (LaunderGibsonRSTM) e SST para a dissipação de energia cinética turbulenta nas seguintes posições a partir do topo da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm.

Da Figura 5.19 à 5.24, são mostrados os dados para os componentes do tensor de Reynolds obtidos a partir das simulações conduzidas no OpenFOAM 2.2.2 com os modelos k- $\varepsilon$  padrão, LienCubicKE (não linear de terceira ordem), NT1, Launder e Gibson e SST nas posições de 14,8; 31,0 e 47,2 cm a partir do topo da seção cilíndrica. A ordem de apresentação dos tensores é:  $\overline{u^2}$ ,  $\overline{v^2}$ ,  $\overline{w^2}$ ,  $\overline{uv}$ ,  $\overline{uw}$  e  $\overline{vw}$ .

Deve ser ressaltado que as componentes  $\overline{uw}$ ,  $\overline{vw}$  e  $\overline{w^2}$  são as significativas para caracterização da velocidade tangencial no presente trabalho, uma vez que ela é calculada a partir da velocidade na direção z, w, e o raio é considerado sobre o eixo x. Para a velocidade axial, as componentes importantes são  $\overline{uv}$ ,  $\overline{v^2}$  e  $\overline{vw}$ , pois ela é obtida a partir da velocidade na direção y, v. Contudo, as análises nem sempre são conclusivas, pois não há os perfis experimentais dos componentes do tensor de Reynolds para comparação.

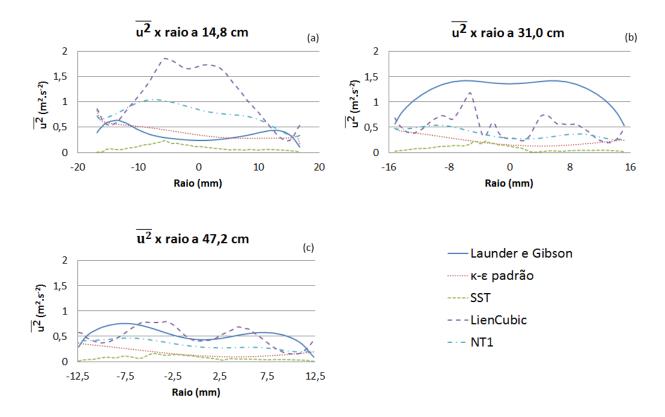


Figura 5.19: Comparação dos dados simulados no OpenFOAM 2.2.2 com os modelos k- $\varepsilon$  padrão, LienCubicKE, NT1, Launder e Gibson (LaunderGibsonRSTM) e SST para  $\overline{u^2}$  nas seguintes posições a partir do topo da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm.

A Figura 5.19 mostra que o perfil de  $\overline{u^2}$  é diferente qualitativamente e quantitavemente para os modelos em todas as três posições. Também não há um padrão qualitativo para um mesmo modelo considerando as diferentes posições. Ademais, verifica-se que os modelos a duas equações e o NT1 não exibem perfil qualitativo semelhante ao da energia cinética turbulenta (Figura 5.17), o que é consistente, uma vez que não se pode considerar o perfil dentro de um hidrociclone puramente cisalhante. Também nota-se que os valores calculados para o modelo SST são muito inferiores aos demais, coerente com os baixos valores de k (Figura 5.17) e altos valores de  $\varepsilon$  (Figura 5.18), resultando em valores baixos para viscosidade turbulenta e, consequentemente, para os componentes do tensor. Por fim, deve ser lembrado que no presente trabalho,  $\overline{u^2}$  não é relevante para a predição nem da velocidade tangencial tampouco da axial.

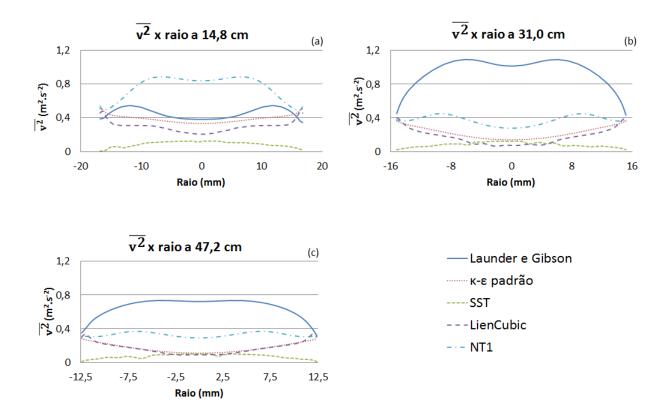


Figura 5.20: Comparação dos dados simulados no OpenFOAM 2.2.2 com os modelos k- $\varepsilon$  padrão, LienCubicKE, NT1, Launder e Gibson (LaunderGibsonRSTM) e SST para  $\overline{v^2}$  nas seguintes posições a partir do topo da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm.

No que tange ao componente  $\overline{v^2}$  do tensor de Reynolds, nota-se que seus perfis qualitativos são semelhantes aos da variável k (Figura 5.17) para todos os modelos. Isso indica que na direção y, diferentemente da x, o gradiente na direção normal da velocidade não é significativo. Quantitativamente, os valores de  $\overline{v^2}$  são inferiores ao de k para todas as posições. Também observa-se que os valores nas diferentes posições são distintos, como no Launder e Gibson, que na primeira posição tem máximo próximo a  $0,6~m^2.s^{-2}$ , na segunda, o perfil qualitativo muda e há um máximo em torno de  $1,1~m^2.s^{-2}$ , valor máximo que decai para algo próximo a  $0,8~m^2.s^{-2}$  na última posição. Importante ressaltar os valores muito baixos calculados com o modelo SST para  $\overline{v^2}$ . Lembrando que este componente é importante para o cálculo da velocidade axial.

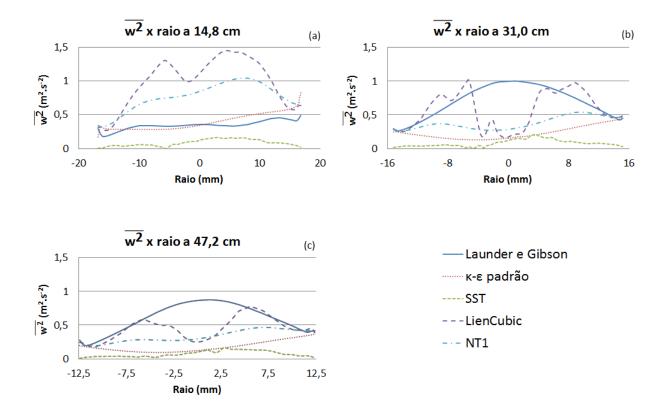


Figura 5.21: Comparação dos dados simulados no OpenFOAM 2.2.2 com os modelos k- $\varepsilon$  padrão, LienCubicKE, NT1, Launder e Gibson (LaunderGibsonRSTM) e SST para  $\overline{w^2}$  nas seguintes posições a partir do topo da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm.

Já para  $\overline{w^2}$  (Figura 5.21), o último dos componentes normais, percebe-se que, assim como para  $\overline{u^2}$  e  $\overline{v^2}$ , o modelo Launder tem valor baixo na primeira posição, porém nas outras duas, os valores se mantém praticamente constantes. Tal qual observado para  $\overline{u^2}$ , o comportamento qualitativo dos perfis de  $\overline{w^2}$  para os modelos a duas equações e NT1 são diferentes dos perfis para k, mostrando mais uma vez que as tensões normais são significativas para o escoamento em hidrociclones. Ademais, deve ser lembrado que esse é um dos componentes envolvidos no cálculo da velocidade na direção z e, consequentemente, da velocidade tangencial. Mais uma vez, os perfis experimentais seriam um bom auxílio para elucidar o comportamento correto a ser encontrado. Sendo assim, o fato do perfil calculado com o modelo SST, o qual reproduziu qualitativamente o perfil de velocidade tangencial (Figura 5.13) para essa componente, mais uma vez apresenta valores muito abaixo daqueles calculados por outros modelos, inclusive pelo Launder e Gibson, outro modelo capaz de reproduzir adequadamente o perfil de velocidade tangencial, é algo a ser melhor estudado e compreendido, porém isso é consistente com as magnitudes sobreestimadas da velocidade tangencial que esse modelo forneceu. Por isso, é fundamental os perfis experimentais para  $\overline{w^2}$ .

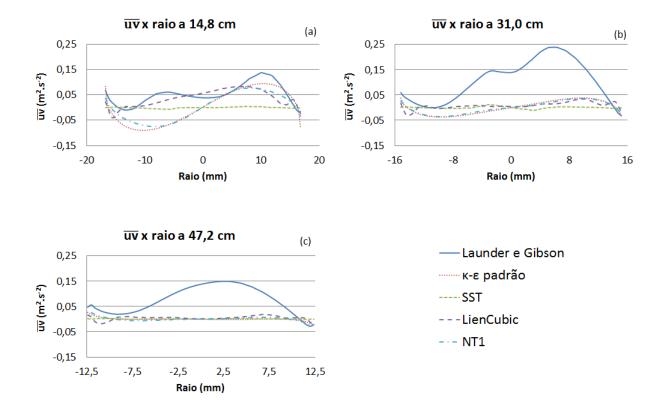


Figura 5.22: Comparação dos dados simulados no OpenFOAM 2.2.2 com os modelos k- $\varepsilon$  padrão, LienCubicKE, NT1, Launder e Gibson (LaunderGibsonRSTM) e SST para  $\overline{uv}$  nas seguintes posições a partir do topo da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm.

A Figura 5.22 mostra os perfis de  $\overline{uv}$ , o qual também é importante na predição da velocidade axial. Nesses perfis, nota-se que nas duas últimas posições estudadas, o perfil qualitativo do modelo Launder e Gibson é diferente do visto para os outros modelos, assim como os valores de  $\overline{uv}$  são muito maiores para o Launder e Gibson quando comparado aos outros modelos. Vale destacar também que a magnitude deste componente, frente aos componentes normais, é bem menor, sendo este provavelmente menos relevante para predição da velocidade axial.

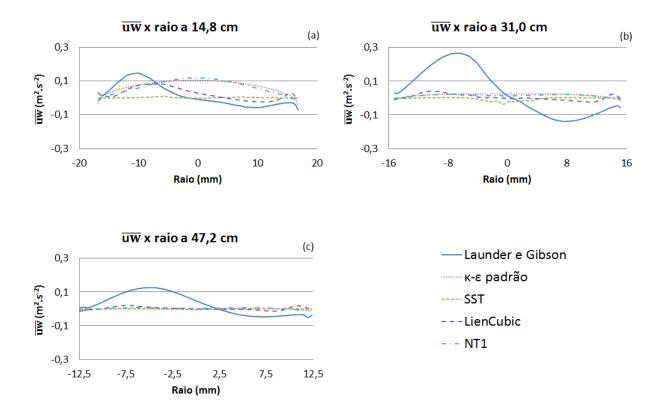


Figura 5.23: Comparação dos dados simulados no OpenFOAM 2.2.2 com os modelos k- $\varepsilon$  padrão, LienCubicKE, NT1, Launder e Gibson (LaunderGibsonRSTM) e SST para  $\overline{u}\overline{w}$  nas seguintes posições a partir do topo da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm.

No que concerne ao componente  $\overline{u}\overline{w}$ , Figura 5.23, importante para caracterizar a velocidade tangencial, nota-se que, quantitativamente, o perfil para o modelo Launder e Gibson é diferente dos outros modelos, bem como ele é parecido para as três posições avaliadas para esse modelo. Ademais, vê-se que o valor máximo de  $\overline{uw}$  para o Launder e Gibson cresce da primeira para a segunda posição e cai da segunda para a terceira. O LienCubicKE ainda tenta acompanhar o perfil qualitativo do Launder e Gibson em 14,8 cm a partir do topo da seção cilíndrica, porém nas outras duas posições fica próximo a zero, assim como NT1, k- $\varepsilon$  padrão e SST. NT1 e k- $\varepsilon$  padrão exibem um perfil parabólico na primeira posição, mas fica próximo a zero nas outras posições. Vale destacar mais uma vez o comportamento para o modelo SST, pois para todas as posições, o valor de  $\overline{u}\overline{w}$  ficou próximo a zero em todos os casos em contraste com os perfis obtidos pelo modelo Launder e Gibson, sempre lembrando que os dois foram modelos que reproduziram qualitativamente bem os perfis de velocidade tangencial. Vale ressaltar que os valores de  $\overline{u}\overline{w}$  foram inferiores aos de  $\overline{w^2}$  (Figura 5.21), indicando que  $\overline{uw}$  pode ser menos importante para predizer a velocidade tangencial que  $\overline{w^2}$ . Todavia, para ter-se certeza, faz-se necessário a comparação com os perfis experimentais.

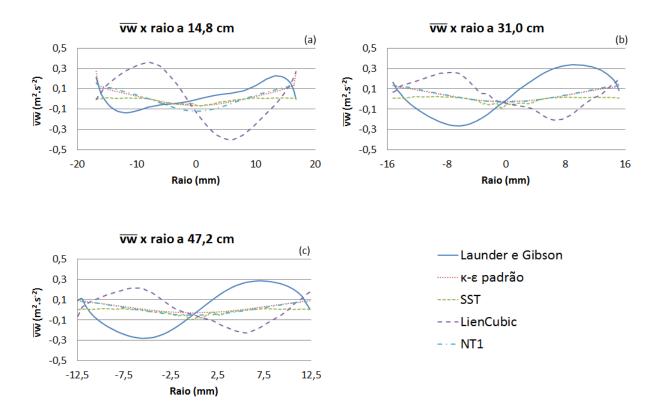


Figura 5.24: Comparação dos dados simulados no OpenFOAM 2.2.2 com os modelos k- $\varepsilon$  padrão, LienCubicKE, NT1, Launder e Gibson (LaunderGibsonRSTM) e SST para  $\overline{vw}$  nas seguintes posições a partir do topo da seção cilíndrica: a) 14,8 cm; b) 31,0 cm; c) 47,2 cm.

Finalmente, a análise do perfil de  $\overline{vw}$ , Figura 5.24, o qual influencia tanto a predição da velocidade axial quanto da tangencial, mostra valores mais elevados obtidos pelos modelos Launder e Gibson e LienCubicKE superiores aos outros modelos. Por outro lado, o perfil qualitativo para esses modelos é bastante diferente, inclusive com sentidos diferentes para  $\overline{vw}$  entre ambos os modelos. Mais uma vez interessante notar os baixos valores fornecidos pelo modelo SST também para esse componente do tensor de Reynolds. Outra constatação importante é que os valores de  $\overline{vw}$  para Launder e Gibson são inferiores aos dos componentes normais  $\overline{v^2}$  e  $\overline{w^2}$ , relevantes para velocidade axial e tangencial respectivamente, especialmente nas duas últimas posições avaliadas.

Com todo o apresentado, mostrou-se uma tarefa difícil relacionar as variáveis turbulentas aos perfis de velocidade axial tangencial obtidos, especialmente por não se ter os dados experimentais para k,  $\varepsilon$  e os componentes do tensor de Reynolds. Primeiramente, os perfis para k e para os componentes do tensor de Reynolds calcu-

laos com o modelo SST apresentaram valores muio baixos e perfil qualitativo difícil de prever. Como esse modelo foi capaz de prever o perfil de velocidade tangencial, tal qual o modelo Launder e Gibson, porém com comportamento dos perfis para tais variáveis turbulentas muito distinto do modelo Launder e Gibson, tornou-se difícil relacionar o comportamento de  $\overline{uw}$ ,  $\overline{vw}$  e  $\overline{w^2}$  com a correta predição do perfil de velocidade tangencial. Ademais, mesmo os modelos k- $\varepsilon$  padrão, LienCubicKE e NT1 que não caracterizam corretamente a velocidade tangencial, mas apresentam perfis qualitativamente parecidos, não apresentaram comportamento similar para  $\overline{uw}$ ,  $\overline{vw}$  e  $\overline{w^2}$ , tornando a tarefa de relacionar tais variáveis à predição da velocidade tangencial ainda mais difícil.

Quantitativamente, pode ser notado, tanto para a velocidade axial quanto tangencial, que os valores para as componentes normais  $\overline{v^2}$  e  $\overline{w^2}$  são maiores que para as cisalhantes,  $\overline{wv}$ ,  $\overline{ww}$  e  $\overline{vw}$ . Mesmo somando-se  $\overline{uv}$  com  $\overline{vw}$ , seu resultado ainda fica um pouco aquém dos mostrados para  $\overline{v^2}$ , semelhante ao que acontece ao somar-se  $\overline{uw}$  a  $\overline{vw}$ , que também resulta em valores um pouco menores aos obtidos para  $\overline{w^2}$ . Tal comportamento indica que as componentes normais podem desempenhar um papel importante na caracterização das velocidades axial e tangencial no interior de hidrociclones. Todavia, frente à ausência de padrão no comportamento dos perfis dos componentes do tensor de Reynolds, pode ser que seus valores não sejam os mais importantes para a correta predição das velocidades, mas sim, seus gradientes, uma vez que na equação da quantidade de movimento para variáveis médias (Equação 3.7), o gradiente de velocidade está associado ao gradiente do tensor de Reynolds, não seu valor pontual. Entretanto, tais suposições só podem ser confirmadas ou descartadas com os perfis experimentais dos componentes do tensor de Reynolds.

# Capítulo 6

# Conclusão

## 6.1 Considerações finais

O presente trabalho apresentou a implementação e validação de quatro modelos de turbulência no OpenFOAM: NT1, NT2,  $k-\varepsilon$  com correção de curvatura e  $k-\varepsilon$  com  $C_{\mu}$  variável. Somente o modelo SSG dentre os modelos implementados, não foi validado.

Quanto à simulação de hidrociclones com CFD, observou-se que os modelos simulados a duas equações e alto número de Reynolds tanto com viscosidade turbulenta linear quanto não linear, não foram capazes de reproduzir qualitativamente o perfil de velocidade tangencial, componente mais importante do vetor velocidade para a separação em hidrociclones. O mesmo ocorreu para o modelo NT1 de duas escalas de tempo e quatro equações, que exibiu perfil de velocidade tangencial semelhante aos modelos supracitados.

Já os modelos a seis equações, Launder e Gibson e LRR, foram capazes de reproduzir o peril qualitativo de velocidade tangencial, embora com erros acentuados em relação aos dados experimentais na região central do equipamento, indicando que ela é uma região a ser melhor estudada. Contudo, o termo  $\Phi_{ij_{parede}}$  indicou ser importante para caracterização desse perfil na região próxima à parede. Também o perfil de velocidade axial foi estudado para esses modelos, mostrando que qualitativamente eles representam bem os perfis experimentais obtidos sem a presença de air core.

Três modelos da categoria de baixo número de Reynolds, SST, SST com correção de curvatura e  $k-\omega-\nu^2$ , também apresentaram perfil de velocidade tangencial qualitativamente concordante com o experimental, porém com erros absoluto e relativo muitos maiores que os modelos a seis equações. Entretanto, deve ser salientado que esses modelos não foram simulados com valor de  $y^+$  no nó adjacente à parede adequado, o que levou um deles, Launder e Sharma, a não convergir. Por outro

lado, os perfis de velocidade axial fornecidos pelos modelos a baixo número de Reynolds não foram qualitativamente representativos dos perfis obtidos na presença de  $air\ core$  nem na ausência do mesmo, o que difere de resultados da literatura, em que simulados com  $y^+$  do primeiro nó a partir da parede adequado, os modelos a baixo Reynolds foram capazes de reproduizr qualitativamente esse perfil. Deve ser ressaltado, que como os modelos a baixo número de Reynolds demoraram um tempo similar aos modelos a seis equações, a simulação do modelos a baixo Reynolds com as malhas  $y^+$  do primeiro nó a partir da parede adequado, possivelmente serão mais úteis como investigação do fenômeno da turbulência no interior dos hidrociclones do que solução como modelos que exigem menor tempo computacional para a caracterização da física no interior do equipamento.

Com todo o apresentado, percebeu-se que a modelagem na região próxima à parede é importante para a caracterização da velocidade tangencial dentro de hidrociclones. O mesmo vale para a região próxima ao centro do equipamento, limite entre os vórtices descendente e ascendente do equipamento. Os modelos simulados pecaram na predição da velocidade tangencial nessa última região, o que pode indicar que ela precisa ser mais estudada e melhor modelada ou que erros experimentais ocorreram, e são a causa, uma vez que os dados experimentais de velocidade tangencial de BRAGA [11] apresentam comportamento diferente nessa região do exibido em outros trabalhos. Já a velocidade axial mostrou que o seu comportamento experimental depende da presença ou ausência de air core, sendo os modelos a seis equações capazes de reproduzir o perfil experimental sem air core. Também conseguiu-se validar as simulações de hidrociclones no OpenFOAM, mostrando que, para alguns casos, ela apresenta erros menores que o software comercial Fluent para a caracterização do perfil de velocidade tangencial.

Por fim, não se conseguiu relacionar os perfis de energia cinética turbulenta, dissipação de energia cinética turbulenta e dos componentes do tensor de Reynolds com os perfis de velocidade axial e tangencial, somente constatando-se que as componentes normais  $\overline{v^2}$  e  $\overline{w^2}$ , relevantes para a caracterização da velocidade axial e da tangencial respecticvamente, têm valores absolutos superiores aos componentes cisalhantes  $\overline{uv}$ ,  $\overline{uw}$  e  $\overline{vw}$ , em que o primeiro e terceiro são importantes para caracterizar a velocidade axial, e o segundo e o terceiro são relevantes para a predição da velocidade tangencial. Tal constatação indica que as componentes normais do tensor de Reynolds realmente são importantes na caracterização no escoamento no interior de hidrociclones.

## 6.2 Sugestões para trabalhos futuros

Para trabalhos futuros, propõe-se:

- comparar os tensores de Reynolds experimentais com os simulados para verificar sua influência nos perfis de velocidade tangencial e axial dentro do hidrociclone;
- simular outros modelos a seis equações para verificar se o termo  $\Phi_{ij_{parede}}$  é realmente importante para a caracterização da física do equipamento, ou mesmo, realizar simulações com os modelos Launder e Gibson e LRR sem eles;
- simular hidrociclones com características diferentes, especialmente quanto à geometria, para verificar se o comportamento é semelhante ao apresentado pelo estudado no presente trabalho. Importante ressaltar que a geometria de hidrociclones é extremamente dependente da aplicação para que ele foi desenhado, o que pode gerar condições físicas diferentes no interior do equipamento, alterando o desempenho dos modelos de turbulência;
- conduzir simulações com os modelos a baixo número de Reynolds com  $y^+$  no nó adjacente à parede apropriado para verificar sua influência nos resultados;
- realizar simulações bifásicas no OpenFOAM com os modelos de melhor desempenho e validá-las quanto à eficiência de separação com dados experimentais;
- desenvolver modelos de turbulência capazes de capturar os efeitos de turbulência que influenciam no escoamento interno de hidrociclones, de forma que sejam preditos corretamente os perfis de velocidade no interior dos mesmos, baseado em uma análise completa da influência da parede e comportamento dos tensores de Reynolds medidos experimentalmente a fim de caracterizar adequadamente a física no interior do equipamento.

# Referências Bibliográficas

- [1] SCWERZLER, G. "Recycling of Glaze Waste through Hydrocyclone Separation", *Powder Technology*, v. 160, pp. 135–140, out. 2005.
- [2] ARAÚJO, C. A. O., SCHEID, C. M., LOUREIRO, J. B. R., et al. "Medida dos Perfis de Velocidades Axiais em um Hidrociclone", Vozes dos Vales, , n. 7, 2015.
- [3] BRAGA, E. R., CAMPOS, J. B. L., SCHEID, C. M., et al. "Perfil de velocidades tangencias em um hidrociclone para separação líquido/líquido". In: *Anais do ENEMP 2013 XXXVI Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados*, Natal, 2013.
- [4] PINTO, R. C. V., MEDRONHO, R. A., CASTILHO, L. R. "Separation of CHO Cells Using Hydrocyclones", Cytotechnology, v. 56, pp. 57–67, 2008.
- [5] SVAROVSKY, L. Hydrocyclones. Londres, Holt, Rinehart and Winston, 1984.
- [6] DOS ANJOS, R. P., OLIVEIRA, R. S., ALVES, J. V. B., et al. "Influência do número de entradas tangenciais e do ângulo da seção cônica de um hidrociclone no tratamento de águas oleosas". In: Anais do COBEQ 2012 XIX Congresso Brasileiro de Engenharia Química, Búzios, 2012.
- [7] SLACK, M. D., PRASAD, R. O., BAKKER, A., et al. "Advances in Cyclone Modelling Using Unstructured Grids", IChem <sup>E</sup>, v. 78, Part A, 2000.
- [8] DELGADILLO, J. A., RAJAMANI, R. K. "A Comparative Study of Three Turbulence-Closure Models for the Hydrocyclone Problem", *International Journal of Mineral Processing*, v. 77, pp. 217–230, 2005.
- [9] NOROOZI, S., HASHEMABADI, S. H. "CFD Analysis of Inlet Chamber Body Profiles Effects on De-oiling Hydrocyclone Efficiency", Chemical Engineering Research and Design, v. 89, pp. 968–977, 2011.
- [10] BHASKAR, K. U., MURTHY, R. Y., MAJU, M. R., et al. "CFD Analysis of Inlet Chamber Body Profiles Effects on De-oiling Hydrocyclone Effi-

- ciency", Chemical Engineering Research and Design, v. 89, pp. 968–977, 2011.
- [11] BRAGA, E. B. Desenvolvimenro de Um Hidrociclone para a Separação de Óleo Presente em Águas Oleosas. Tese de D.Sc., Tecnologia de Processos Químicos e Bioquímicos/Escola de Química/Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2015.
- [12] LEONI, G. B. Estudo com Fluidodinânimca Computacional do Efeito da Presença de Folgas Diametrais em Trocadores de Calor Casco e Tubo. Projeto Final de Curso, Projeto Final em Engenharia Química/Escola de Química/Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2014.
- [13] MARQUES, R. T. M. Estudo do Acoplamento Poço-Reservatório para Poços horizontais com Fluidodinâmica Computacional. Projeto Final de Curso, Projeto Final de Curso/Escola de Química/Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2014.
- [14] HAUKE, G. An Introduction to Fluid Mechanics and Transport Phenomena. Saint Martin D'Hères, France, Springer, 2006. 290 p. (Fluid mechanics and its applications, v.86).
- [15] BIRD, R. B., STEWART, W. E., LIGHTFOOT, E. N. Transport Phenomena. United States of America, John Wiley & Sons, Inc., 2002. (Second Edition).
- [16] PATANKAR, S. V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. United States of America, Taylor & Francis, 1980, 197 p.
- [17] VERSTEEG, H. K., MALALASEKERA, W. An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. New York, NY, Longman Scientific & Technical, 1995, 257 p.
- [18] FERZIGER, J. H., PÉRIC, M. Computational Methods for Fluid Dynamics. Germany, Springer, 2002. (Third Edition).
- [19] FLETCHER, C. A. J. Computational Techniques for Fluid Dynamics 1 Fundamental and General Techniques. Germany, Springer-Verlag, 2006. (Second Edition).
- [20] BLAZEK, J. Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications. Badden-Daettwil, Switzerland, Elsevier, 2001, 400 p. (First Edition).

- [21] MALISKA, C. R. Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional. Rio de Janeiro, LTC, 1995.
- [22] SILVA, L. F. L. R. Desenvolvimenro de Metodologias para Simulação de Escoamentos Polidispersos Usando Código Livre. Tese de D.Sc., COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2008.
- [23] JASAK, H. Error Analysis and Estimation for Finite Volume Method with Application to Fluid Flows. Tese de D.Sc., Imperial College of Science, Technology and Medicine, London, United Kingdom, 1996.
- [24] SAAD, Y. Iterative Methods for Sparse Linear Systems. United States of America, SIAM, 2000. (Second Edition).
- [25] HIRSCH, C. Numerical Computation of External and Internal Flows. Great Britain, Elsevier, 2007. (Second Edition).
- [26] OPENFOAM. User Guide. United Kingdom, Openfoam Foundation, 2012.
- [27] FREIRE, A. P. S., MENUT, P. P. M., SU, J. *Turbulência*. Rio de Janeiro, ABCM, 2002, 292 p (Coleção Cadernos de Turbulência, v.1).
- [28] TENNEKES, H., LUMLEY, J. L. A First Course in Turbulence. United States of America, The MIT Press, 1972.
- [29] POPE, S. B. Turbulent Flows. United States of America, Cambridge University Press., 2000.
- [30] KLEIN, T. S. The Development and Application of Two-Time-Scale Turbulence Models for Non-Equilibrium Flows. Tese de D.Sc., School of Mechanical, Aerospace and Civil Engineering/University of Manchester, Manchester, United Kingdom, 2012.
- [31] WILCOX, D. C. Turbulence Modeling for CFD. La Cañada, California, DCW Industries, Inc., 1994.
- [32] JONES, W. P., LAUNDER, B. E. "The Prediction of Laminarization with a Two-Equation Turbulence Model of Turbulence", Int. J. Heat Mass Transfer, v. 15, pp. 301–314, 1972.
- [33] LAUNDER, B. E., SPALDING, D. B. "The Numerical Computation of Turbulent Flows", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 3, pp. 269–289, 1974.

- [34] YAKHOT, V., ORSZAG, S. A. "Renormalization Group Analysis of Turbulence. I. Basic Theory", *Journal of Scientific Computing*, v. 1, 1986.
- [35] YAKHOT, V., THANGAM, S., GATSKI, T. B., et al. "Development of Turbulence Models for Shear Flows by a Double Expansion Technique", *ICASE*, jul. 1991.
- [36] MORADNIA, P. CFD of Air Flow in Hydro Power Generators. Projeto Final de Curso, Thesis for the Degree of Licentiate of Engineering/Department of Applied Mechanics/Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 2010.
- [37] SHIH, T., ZHU, J., LUMLEY, J. L. "A New Reynolds Stress Algebraic Model", Comp. Methods Appl. Mech. Engrg, v. 125, pp. 287–302, 1995.
- [38] SHIH, T., LIOU, W. W., SHABBIR, A., et al. "A New k- Eddy Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows", Computer Fluids, v. 24, pp. 227–238, 1995.
- [39] POPE, S. B. "A More General Effective-Viscosity Hypothesis", J. Fluid Mech., v. 72, pp. 331–340, 1975.
- [40] ZHU, J., SHIH, T. H.-. "Computation of Confined Coflow Jets with Three Turbulence Models", International Journal for Numerical Methods in Fluids, v. 19, pp. 939–956, 1994.
- [41] CRAFT, T. J., LAUNDER, B. E., SUGA, K. "Development and Application of a Cubic Eddy-Viscosity Model of Turbulence", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, v. 17, pp. 108–115, 1996.
- [42] HANJALIC, K., LAUNDER, B. E., SCHIESTEL, R. "Multiple-Time Scale Concept in Turbulent Transport Modelling", pp. 2–4, 1980.
- [43] LAUNDER, B. E., REECE, G. J., RODI, W. "Progress in the Development of a Reynolds-Stress Turbulence Closure", J. Fluid Mech, v. 68, pp. 537–566, 1975.
- [44] GIBSON, M. M., LAUNDER, B. E. "Ground Effects on Pressure Fluctuation in the Atmospheric Boundary Layer", J. Fluid Mech., v. 86, pp. 491–511, 1978.
- [45] SPEZIALE, C. G., SARKAR, S., GATSKI, T. B. "Modelling the Pressure-Strain Correlation of Turbulence: an Invariant Dynamical Systems Approach", J. Fluid Mech., v. 227, pp. 245–272, 1991.

- [46] DALY, B. J., HARLOW, F. H. "Transport Equations in Turbulence", *Phys. Fluids*, v. 13, 1970.
- [47] WILCOX, D. C. "Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models", AIAA Journal, v. 26, 1988.
- [48] MENTER, F. R. "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications", AIAA Journal, v. 32, 1994.
- [49] SMIRNOV, P. E., MENTER, F. R. "Sensization of the SST Turbulence Model to Rotation and Curvature by Applying the Sparlat-Shur Correct Term", ASME Journal of Turbomachinery, v. 131, 2009.
- [50] SPALART, P. R., SHUR, M. "On the Sensization of Turbulence Models to Rotation and Curvature", Aerospace Science and Technology, v. 5, pp. 297–302, 1997.
- [51] ALMEIDA, Y. P. Simulação Fluidodinâmica de uma Válvula Ciclônica. Ph.D. dissertation, Programa de Engenharia Mecânica, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2015.
- [52] DHAKAL, T. P., WALTERS, D. K. "A Three-Equation Variant of the SST  $k-\omega$  Model Sensitized to Curvature and Rotation Effects", *Journal of Fluids Engineering*, v. 133, 2011.
- [53] DURBIN, P. A. "Near Wall Turbulence Closure Modeling Without "Damping Functions", *Theoret. Comput. Fluid. Dynamics*, v. 3, pp. 1–13, 1991.
- [54] LAUNDER, B. E., SHARMA, B. I. "Application of the Energy-Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow Near a Spinning Disc", Letters in Heat and Mass Transfer, v. 1, pp. 131–138, 1974.
- [55] MOKNI, I., DHAOUADI, H., BOURNOT, P., et al. "Numerical Investigation of the Effect of the Cylindrical Height on Separation Performances of Uniflow Hydrocyclone", Chemical Engineering Science, v. 122, pp. 500–513, 2015.
- [56] CUI, B., WEI, D., GAO, S., et al. "Numerical and Experimental Studies of Flow Field in Hydrocyclone with Air Core", Trans. Nonferrous Met. Sec. China, v. 24, pp. 2642–2649, 2014.
- [57] VAKAMALLA, T. R., KUMBHAR, K. S., GUJJULA, R., et al. "Computational and Experimental Study of the Effect of Inclination on Hydrocyclone Performance", Separation and Purification Technology, v. 138, pp. 104–117, 2014.

- [58] DAVAILLES, A., CLIMENT, E., BOURGEOUIS, F. "Fundamental Understanding of Swirling Flow Pattern in Hydrocyclones", Separation and Purification Technology, v. 92, pp. 152–160, 2012.
- [59] ELSAYED, K. "Design of a Novel Gas Cyclone Vortex Finder Using Adjoint Method", Separation and Purification Technology, v. 142, pp. 274–286, 2015.
- [60] SHU-LING, G., DE-ZHOU, W., WENG-GANG, L., et al. "CFD Numerical Simulation of Flow Velocity Characteristics of Hydrocyclone", Trans. Nonferrous Met. Sec. China, v. 21, pp. 2783–2789, 2011.
- [61] SURESH, P. D., KUMAR, V., SRIPRIYA, R., et al. "Performance Characteristics of Pilot Plant Dense Media Hydrocyclone for Beneficiation of Coal and 3-D CFD Simulation", Chemical Engineering Science, v. 65, pp. 4661–4671, 2010.
- [62] RAZIYEH, S., ATAALAH, S. G. "CFD Simulation of an Industrial Hydrocyclone with Eulerian-Eulerian Approach: a Case Study", *International Journal of Mining Science and Technology*, v. 24, pp. 643–648, 2014.
- [63] SAQR, K. M., KASSEM, H. I., ALY, H. S., et al. "Computational Study of Decaying Annular Vortex Flow Using the  $R_{\varepsilon}/k \varepsilon$  Turbulence Model", Applied Mathematical Modelling, v. 36, pp. 4652–4664, 2012.
- [64] SAIDI, M., MADDAHIAN, R., FARHAHIE, B., et al. "Modeling of Flow Field and Separation Efficiency of a Deoiling Hydrocyclone Using Large Eddy Simulation", *International Journal of Mineral Processing*, v. 112-113, pp. 84–93, 2012.
- [65] PIRKER, S., GONIVA, C., KLOSS, C., et al. "Application of a Hybrid Lattice Boltzmann-Finite Volume Turbulence Model to Cyclone Short-Cut Flow", Powder Technology, v. 235, pp. 572–580, 2013.
- [66] ABE, H., KAWAMURA, H., MATSUO, Y. "Surface Heat-Flux Fluctuation in a Turbulent Channel Flow up to  $Re_{\tau} = 1020$  with Pr = 0.025 and 0.71", Int. J. Heat and Fluid Flow, v. 25, pp. 404–419, 2004.
- [67] ALVES, J. V. B. Hidrociclone para a Separação de Óleo Residual de Água em Refinarias. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós Graduação em Tecnologia de Processos Químicos e Bioquímicos, Escola De Química, Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2011.

- [68] MARINS, L. P. M., DUARTE, D. G., LOUREIRO, J. B. R., et al. "LDV and PIV Characterization of the Flow in a Hydrocyclone without an Air-core", Journal of Petroleum Science and Engineering, v. 70, pp. 168–176, 2010.
- [69] COSTA, S. M. Comparação de Modelos Computacionais para a Simulação de um Hidrociclone Utilizado na Separação de Células Animais. Projeto Final de Curso, Projeto Final de Curso/Escola de Química/Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2013.